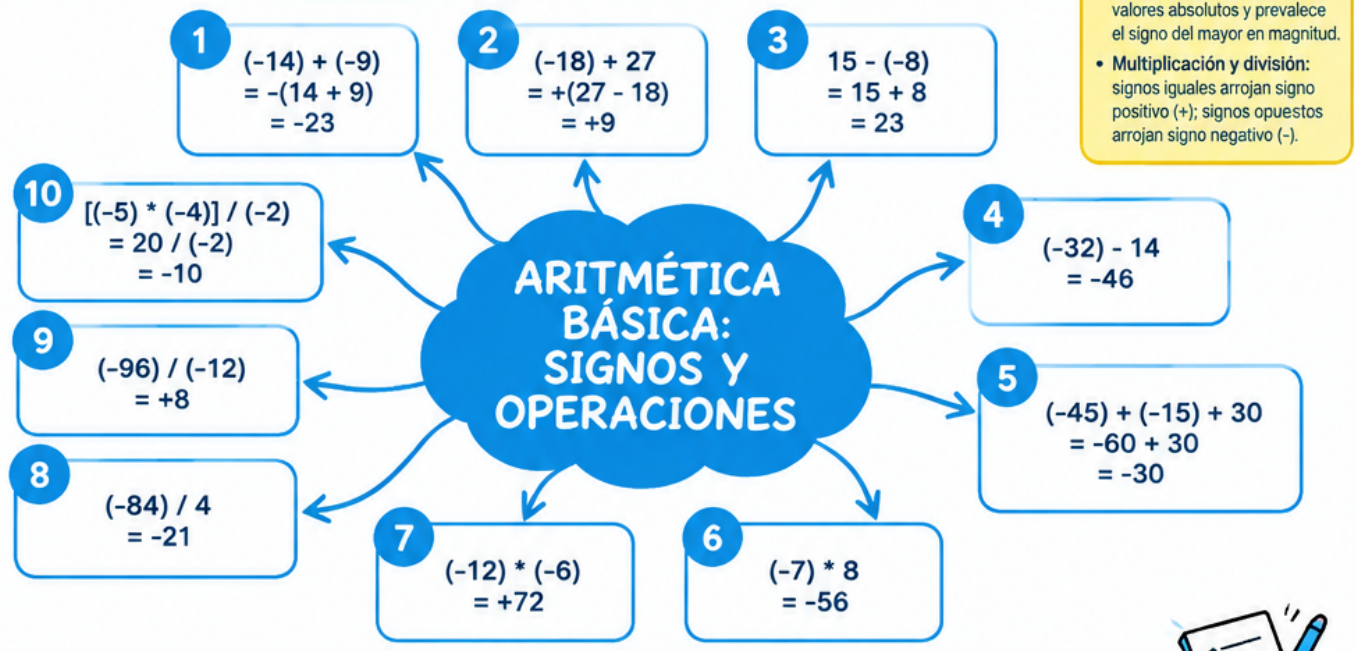
Aritmética Básica: Operaciones Fundamentales y Signos (Ejercicios 1 a 10)

Leyes de Signos

- **Suma de signos iguales:** se suman los valores absolutos y se conserva el signo común.
- **Suma de signos opuestos:** se calcula la diferencia de los valores absolutos y prevalece el signo del mayor en magnitud.
- **Multiplicación y división:** signos iguales arrojan signo positivo (+); signos opuestos arrojan signo negativo (-).



ERROR FRECUENTE: No confundas la ley de signos de la multiplcaación con la sama a dnnoo con la suma. En la suma (-7) + (-5) no se aplica 'menos por menos más'; se suman las magnitudes negativas obteniendo -12.

Guía de Aplicación: Leyes de Signos y Operaciones Fundamentales

Esta lámina visual presenta 10 ejercicios prácticos diseñados para dominar la adición, sustracción, multiplicación y división con números enteros positivos y negativos. Cada nodo contiene la operación directa y su desarrollo analitico paso a paso para verificar el procedimiento de cálculo.

- **Suma de signos iguales:** se suman los valores absolutos y se conserva el signo común.
- **Suma de signos opuestos:** se calcula la diferencia de los valores absolutos y prevalece el signo del mayor en magnitud.
- **Multiplicación y división:** signos iguales arrojan signo positivo (+); signos opuestos arrojan signo negativo (-).

ERROR FRECUENTE
No confundas la ley de signos de la multiplicación con la suma. En la suma (-7) + (-5) no se aplica 'menos por menos más'; se suman las magnitudes negativas obteniendo -12.

1 Paso 1: Identificar Operación y Signos
Observa si los números están vinculados por suma, resta, multiplicación o cocinote, prestando atención a los paréntesis.

→ **2 Paso 2: Aplicar la Regla Especifica**
Ejecuta la regla correspondiente según se trate de adición algebraica o producto/división directa.

→ **3 Paso 3: Validar el Signo Resultante**
Comprueba el signo definitivo antes de asentar la magnitud aritmética final.

Bloque 1: Adición y Sustracción con Enteros (Ejercicios 1 a 5)

Desarrollo paso a paso de los primeros cinco ejercicios del mapa mental dedicados a la suma y resta algebraica.

- **Ejercicio 1:** (-14) + (-9) = -(14 + 9) = -23. Signos iguales negativos, se acumulan.
- **Ejercicio 2:** (-18) + 27 = +(27 - 18) = +9. Signos distintos, predomina el positivo de mayor valor absoluto.
- **Ejercicio 3:** 15 - (-8) = 15 + 8 = 23. Restar un negativo equivale a sumar su inverso positivo.
- **Ejercicio 4:** (-32) - 14 = -32 + (-14) = -46. Dos cantidades negativas agrupadas.
- **Ejercicio 5:** (-45) + (-15) + 30 = -60 + 30 = -30. Asociación sucesiva de magnitudes.

Regla Práctica
Al restar un número negativo, transforma inmediatamente los dos signos consecutivos en una suma: **a - (-b) = a + b.**

Bloque 2: Multiplicación, División y Operaciones Combinadas (Ejercicios 6 a 10)

Resolución analitica de los ejercicios 6 al 10 centrados en productos, cocientes y jerarquía de signos.

- **Ejercicio 6:** (-7) * 8 = -(7 * 8) = -56. Signos opuestos en multiplicación resultan negativos.
- **Ejercicio 7:** (-12) * (-6) = +(12 * 6) = +72. Producto de dos factores negativos genera un resultado positivo.
- **Ejercicio 8:** (-84) / 4 = -(84 / 4) = -21. Dividendo negativo y divisor positivo dan cociente negativo.
- **Ejercicio 9:** (-96) / (-12) = +(86 / 12) = +8. Cociente de dos signos iguales resulta positivo.
- **Ejercicio 10:** [(-5) * (-4)] / (-2) = 20 / (-2) = -10. Se resuelve primero el producto dentro del corchete y luego el cociente.

Verificación de Producción
Soluciones analiticas verificadas mediante revisión factual estándar de producción educativa interna.

Registro de Autoevaluación del Estudiante

Anota tu puntuación y verifica qué regla requiere refuerzo tras resolver de forma autónoma los diez ejercicios.

- Compara cada respuesta con el sub-nodo del mapa mental.
- Marca con check los aciertos en procedimiento y signo.
- Revisa la caja de alerta si cometiste errores de signo en sumas o productos.

Total de ejercicios resueltos correctamente (0 a 10)

Operación o regla que requiere mayor práctica

¿Tu resultado final tuvo error de signo o de magnitud de cálculo?

Error de signo
↓
Vuelve a repasar el nodo central y la caja roja de alerta: diferencia la suma de negativos del producto de negativos.

Error de magnitud o cálculo aritmético
↓
Practica tablas de multiplicar básicas y sumas con llevadas en papel borrador antes de aplicar signos.

Aritmética: Jerarquía de Operaciones y Paréntesis (Ejercicios 11 a 20)

Regla de Oro:
() -> [] -> {} -> Multiplicación/División -> Suma/Resta

11
$18 - 3 \cdot 4 + 2$
$= 18 - 12 + 2$
$= \mathbf{8}$

12
$24 \div 6 \cdot 2 + 5$
$= 4 \cdot 2 + 5$
$= \mathbf{13}$

13
$5 \cdot (7 - 3) + 12 \div 4$
$= 5 \cdot 4 + 3$
$= \mathbf{23}$

14
$30 - 2 \cdot (5 + 3)$
$= 30 - 2 \cdot 8$
$= \mathbf{14}$

15
$(15 - 3) \div (2 + 4) \cdot 9$
$= 12 \div 6 \cdot 9$
$= \mathbf{18}$

JERARQUÍA DE OPERACIONES: PEMDAS (Ejercicios 11-20)

ERROR FRECUENTE: Sumar antes de multiplicar

16
$40 - [6 + 2 \cdot (9 - 4)]$
$= \mathbf{24}$

17
$50 - \{2 \cdot [14 - (3 + 5)]\}$
$= \mathbf{38}$

18
$[(18 - 6) \div 3] \cdot [2 + 3 \cdot 4]$
$= \mathbf{56}$

19
$100 - 3 \cdot [5 + 2 \cdot (12 - 7)]$
$= \mathbf{55}$

20
$\{45 - [15 - (6 - 2)]\} \div 4$
$= \mathbf{8.5}$

Núcleo Conceptual: Jerarquía PEMDAS

Para resolver operaciones combinadas sin ambigüedad se aplica un orden estricto de izquierda a derecha en cada nivel:

1) Paréntesis y signos de agrupación más internos.
2) Exponentes y raíces.
3) Multiplicaciones y divisiones.
4) Sumas y restas.

- **Nivel 1:** Paréntesis curvos (), corchetes [] y llaves {}.
- **Nivel 2:** Multiplicación y división (prioridad igual, de izquierda a derecha).
- **Nivel 3:** Adición y sustracción al final.

ERROR FRECUENTE
Resolver de izquierda a derecha ignorando la multiplicación (ej. pensar que $4 + 3 \cdot 2$ es $7 \cdot 2 = 14$ en lugar de $4 + 6 = 10$).

Bloque A: Operaciones Básicas y Productos (Ejercicios 11 al 15)

Resolución analítica paso a paso aplicando la jerarquía elemental en operaciones combinadas directas:

- 11) $18 - 3 \cdot 4 + 2$ -> $18 - 12 + 2 = 6 + 2 = 8$
- 12) $24 \div 6 \cdot 2 + 5$ -> $4 \cdot 2 + 5 = 8 + 5 = 13$
- 13) $5 \cdot (7 - 3) + 12 \div 4$ -> $5 \cdot 4 + 3 = 20 + 3 = 23$
- 14) $30 - 2 \cdot (5 + 3)$ -> $30 - 2 \cdot 8 = 30 - 16 = 14$
- 15) $(15 - 3) \div (2 + 4) \cdot 9$ -> $12 \div 6 \cdot 9 = 2 \cdot 9 = 18$

Ejercicios 11-12 (Prioridad Directa)
En el ejercicio 11 se evalúa primero el producto $3 \cdot 4 = 12$. En el 12, división y multiplicación tienen igual jerarquía, por lo que se opera de izquierda a derecha: $24 \div 6 = 4$ y luego $4 \cdot 2 = 8$.

Ejercicios 13-15 (Agrupación Simple)
Se resuelven primero las expresiones encerradas entre paréntesis ($7 - 3 = 4$, $5 + 3 = 8$, $15 - 3 = 12$, $2 + 4 = 6$) antes de proceder a multiplicar o dividir.

Bloque B: Signos Anidados y Despeje Progresivo (Ejercicios 16 al 20)

Resolución de estructuras con signos de agrupación anidados de adentro hacia afuera:

- 16) $40 - [6 + 2 \cdot (9 - 4)]$ -> $40 - [6 + 10] = 24$
- 17) $50 - \{2 \cdot [14 - (3 + 5)]\}$ -> $50 - \{2 \cdot 6\} = 38$
- 18) $[(18 - 6) \div 3] \cdot [2 + 3 \cdot 4]$ -> $4 \cdot 14 = 56$
- 19) $100 - 3 \cdot [5 + 2 \cdot (12 - 7)]$ -> $100 - 3 \cdot 15 = 55$
- 20) $\{45 - [15 - (6 - 2)]\} \div 4$ -> $34 \div 4 = 8.5$

Desanidado Paso a Paso
En los ejercicios 16, 17 y 19 se desenvuelven primero los paréntesis redondos (), luego los corchetes [] efectuando los productos internos, y finalmente las llaves {}.

Cálculo Final
Tras colapsar las agrupaciones a un único valor numérico, se concluye con la suma o resta final externa.

Mapa Mental: Divisibilidad, Factores y Descomposición Prima (Ejercicios 21 – 30)

Teorema Fundamental: La descomposición prima es única.

Aritmética: Divisibilidad y Factores Primos (Ejercicios 21-30)

21 Ej. 21: Divisibilidad de 432
- Termina en 2 (par: sí div 2);
- 4+3+2=9 (div 3);
- 32/4=8 (div 4).

✓ Sí div 2, 3 y 4.

22 Ej. 22: Divisibilidad de 1575
- Termina en 5 (div 5);
- 1+5+7+5=18 (div 3).

✓ Sí div 3 y 5.

23 Ej. 23: Criterio del 6 en 792
- Par y suma 18 (div 2 y 3).

✓ Sí div 6.

24 Ej. 24: Criterio del 9 en 2853
- Suma 2+8+5+3=18 (múltiplo de 9).

✓ Divisible entre 9.

25 Ej. 25: Factores de 72
72 / 2 = 36
36 / 2 = 18
18 / 2 = 9
9 / 3 = 3
3 / 3 = 1

$2^3 \times 3^2$

26 Ej. 26: Factores de 180
$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ ✓

27 Ej. 27: Árbol de factores de 0
120 → 120 → 12 × 10 → 2 × 2 × 3 × 2 × 5

$2^3 \times 3 \times 5$

28 Ej. 28: Divisores primos de 210
$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.
Primos: {2, 3, 5, 7}.
✓

29 Ej. 29: Factores de 450
$450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$ ✓

30 Ej. 30: Factores de 504
$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ ✓

Guía de Aplicación: Criterios de Divisibilidad y Factores Primos

Esta lámina visual contiene los ejercicios 21 al 30 organizados en un mapa mental radial. Cada nodo numerado presenta el enunciado del ejercicio junto con su resolución matemática paso a paso mediante reglas directas de divisibilidad y factorización prima.

- Identifica si el número termina en cifra par (divisible entre 2) o en 0/5 (divisible entre 5).
- Suma los dígitos para comprobar divisibilidad entre 3 y entre 9.
- Descompón números compuestos dividiendo sucesivamente por los menores números primos posibles: 2, 3, 5, 7, 11...
- Expresa la solución final agrupando los factores repetidos mediante potencias enteras.

Regla Fundamental de la Descomposición

Todo número entero mayor que 1 se descompone de forma única como producto de factores primos, sin importar el orden de los factores (**Teorema Fundamental de la Aritmética**).

Pasos para resolver

1. **Paso 1: Aplicar Criterios Inmediatos**
   Observa la última cifra para verificar divisibilidad entre 2, 5 o 10. Si la suma de cifras es múltiplo de 3, extrae factor 3.
2. **Paso 2: División Sucesiva por Primos**
   Aplica divisiones consecutivas por números primos en orden ascendente hasta que el cociente obtenido sea 1.
3. **Paso 3: Notación en Potencias**
   Agrupa factores primos iguales en forma exponencial y verifica multiplicando los resultados.

Ejercicios Prácticos 21 a 30: Divisibilidad y Descomposición

Banco de 10 ejercicios resueltos paso a paso estructurados en los nodos del mapa mental:

21. ¿Es 432 divisible entre 2, 3 y 4?
22. ¿Es 1.575 divisible entre 3 y entre 5?
23. Criterio del 6 aplicado a **792**.
24. Criterio del 9 aplicado a 2.853.
25. Descomposición prima de **72**.
26. Descomposición prima de **180**.
27. Descomposición en árbol de 120.
28. Identificar todos los divisores primos de 210.
29. Descomposición prima de 450.
30. Descomposición prima de **504**.

¡ERROR FRECUENTE!

Confundir divisibilidad entre 3 y entre 9: que un número sea divisible entre 3 no garantiza que sea divisible entre 9. Por ejemplo, 24 suma 6 (múltiplo de 3 pero no de 9).

Autoevaluación de Dominio Operativo

Verificación y registro de dominio de los 10 ejercicios de la lámina:

- Verifica haber obtenido los mismos factores primos en cada ejercicio antes de avanzar al siguiente bloque temático.

Ejercicios resueltos correctamente al primer intento (del 21 al 30):

Concepto o criterio de divisibilidad a repasar:

Mapa Mental Visual: Aritmética — MCD y MCM (Ejercicios 31 a 40)

REGLA DE ORO:
MCD = factores comunes al menor exponente | MCM = comunes y no comunes al mayor

ARITMÉTICA: MCD Y MCM (EJERCICIOS 31–40)

- **31** MCD(24,36) = 12
- **32** MCM(12,18) = 36
- **33** MCD(40,60,100) = 20
- **34** MCM(15,20,30) = 60
- **35** MCD(48,72,120) = 24
- **36** MCM(8,9) PESI = 72
- **37** MCD(14,42) = 14
- **38** Semáforos MCM(45,60) = 180 s
- **39** Cintas MCD(30,42) = 6 m
- **40** Engranajes MCM(16,24,40) = 240

Bloque Aritmética: Guía Rápida de MCD y MCM

Esta lámina presenta 10 ejercicios prácticos (31 al 40) diseñados para dominar el cálculo del Máximo Común Divisor (MCD) y del Mínimo Común Múltiplo (MCM). Se aplican dos métodos complementarios: descomposición simultánea en factores primos y descomposición canónica individual con la regla de potencias.

- **MCD:** Producto exclusivo de factores primos comunes con su **menor exponente**.
- **MCM:** Producto de factores primos comunes y no comunes con su **mayor exponente**.
- **Revisión factual estándar** completada; material educativo sin certificación pericial externa.

Regla Nemotécnica Esencial

Para el **MCD** busca solo lo que comparten todos al exponente más chico. Para el MCM toma todos los factores distintos al exponente más grande.

Ejercicios Prácticos 31 al 35: Cálculo Directo y Métodos de Descomposición

Desarrollo paso a paso para el cálculo directo de factores comunes y múltiplos mínimos entre pares y ternas de números.

31 MCD(24, 36) mediante descomposición simultánea
Solución: $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

32 MCM(12, 18) mediante descomposición simultánea
Solución: $2^2 \cdot 3^2 = 36$

33 MCD(40, 60, 100) por descomposición canónica
Solución: $2^2 \cdot 5 = 20$

34 MCM(15, 20, 30) por descomposición canónica
Solución: $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

35 MCD(48, 72, 120) por factores primos comunes
Solución: $2^3 \cdot 3 = 24$

Ejercicios Prácticos 36 al 40: Casos Especiales y Problemas de Aplicación

Resolución de situaciones de números primos relativos, divisibilidad directa y problemas contextualizados de coincidencia temporal y distribución máxima.

Alerta: Confusión Frecuente entre MCD y MCM en Problemas

Si el problema exige agrupar, cortar o repartir en partes iguales máximas sin sobrantes, usa MCD. Si exige encontrar una coincidencia periódica futura o ciclo común, usa MCM.

36 MCM(8, 9) para números primos entre sí (PESI) · **Solución:** 72

37 MCD(14, 42) cuando un número divide al otro · **Solución:** 14

38 Coincidencia periódica de semáforos (Problema MCM) · **Solución:** 180 s

39 Corte de cintas en trozos iguales máximos (Problema MCD) · **Solución:** 6 m

40 MCM(16, 24, 40) en engranajes mecánicos · **Solución:** 240

Criterio de Decisión: ¿Cuándo aplicar MCD o MCM?

Algoritmo de diagnóstico rápido para identificar de inmediato la operación requerida frente a enunciados matemáticos contextualizados.

¿Cuál es la meta del enunciado en el problema propuesto?

- **Se busca fraccionar, envasar o cortar** elementos en partes iguales con la máxima dimensión posible sin que sobre nada. → Aplica el **Máximo Común Divisor (MCD).** Descompón en factores primos y multiplica solo los divisores compartidos.
- **Se busca coordinar frecuencias, horarios,** ciclos que se repiten o calcular la próxima vez que coincidirán eventos simultáneos. → Aplica el **Mínimo Común Múltiplo (MCM).** Descompón en factores primos y multiplica factores comunes y no comunes a su mayor potencia.

ERROR FRECUENTE: Confundir reparto equitativo máximo (MCD) con coincidencia cíclica (MCM).

Mapa Mental Práctico: Fracciones (Ejercicios 41 a 50)

Fracciones: Concepto, Equivalencia y Simplificación

Bloque temático 2: Fracciones. Esta lámina práctica contiene 10 ejercicios resueltos paso a paso estructurados en mapa mental, cubriendo identificación gráfica, fracciones equivalentes, amplificación, simplificación al irreducible y conversión entre fracciones impropias y números mixtos.

- **Ejercicios 41 a 43:** Interpretación gráfica y ubicación como parte de un todo.
- **Ejercicios 44 a 46:** Comprobación de equivalencia y amplificación dirigida.
- **Ejercicios 47 a 48:** Reducción y cálculo de la fracción irreducible mediante MCD.
- **Ejercicios 49 a 50:** Transformación bidireccional entre fracción impropia y número mixto.

Regla de Oro en Simplificación y Equivalencia

Al amplificar o simplificar, multiplica o divide tanto el numerador como el denominador por al mismo número entero distinto de cero. **Nunca sumes ni restes al simplificar.**

BLOQUE 2: FRACCIONES (Ejercicios 41-50)

1 (Ej. 41) Parte-Todo: Pizza 3/8 consumido, 5/8 sobrante



Consumido = 3/8
Sobrante = 5/8
Verificación: 3/8 + 5/8 = 8/8 = 1

2 (Ej. 42) Fracción de cantidad: 3/5 de 60 = 36

(60 · 3) / 5 = 180 / 5 = 36
(60 / 5) · 3 = 12 · 3 = 36



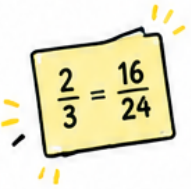
3 (Ej. 43) Equivalencia: 4/7 = 12/21

(4 · 21 = 84 = 7 · 12)



4 (Ej. 44) Amplificación: 2/3 · 8/8 = 16/24

24 / 3 = 8
(2 · 8) / (3 · 8) = 16/24



5 (Ej. 45) Incógnita: 5/9 = x/45 → x = 25

9 · x = 5 · 45
x = 225/9 = 25



6 (Ej. 46) Simplificación: 36/48 → 18/24 → 9/12 → 3/4

1) Mitad: 36/48 = 18/24
2) Mitad: 18/24 = 9/12
3) Tercia: 9/12 = 3/4



7 (Ej. 47) MCD Irreducible: 42/70 (÷14) = 3/5

MCD(42, 70) = 14
42/14 = 3 70/14 = 5



8 (Ej. 48) Coprimos: 15/28 irreducible MCD = 1

15 = 3 · 5
28 = 2² · 7
(no comparten factores primos)



9 (Ej. 49) Impropia a Mixto: 29/6 = 4 5/6

29 ÷ 6 = 4 residuo 5



10 (Ej. 50) Mixto a Impropia: 5 3/8 = 43/8

(5 · 8 + 3) / 8 = (40 + 3) / 8 = 43/8



ERROR FRECUENTE:

¡Nunca sumes o restes al simplificar!

Autoevaluación y Diagnóstico de Dominio de Fracciones

Verifica tu procedimiento tras resolver cada ejercicio sin mirar la solución previa.

Fracciones: Suma y Resta con Denominadores Iguales y Distintos (Ejercicios 51 a 60)

Bloque Temático: Suma y Resta de Fracciones (Ejercicios 51 a 60)

Esta página-unidad presenta 10 ejercicios prácticos organizados en nodos visuales con su desarrollo aritmético completo, desde la homologación de denominadores hasta la reducción a fracción irreducible.

- **Ejercicios 51 a 54**: Operaciones directas con denominadores iguales.
- **Ejercicios 55 a 58**: Cálculo de mínimo común múltiplo (mcm) para denominadores distintos.
- **Ejercicios 59 y 60**: Operaciones combinadas y simplificación rigurosa mediante MCD.

Regla de Oro Operativa

Si los denominadores son iguales, se opera directamente sobre los numeradores conservando el denominador. Si son distintos, calcula el mcm antes de sumar o restar.

Ejercicios 51 a 55: Denominador Común y Primeros Distintos

Desarrollo paso a paso de los primeros cinco ejercicios del bloque temático:

- **Ejercicio 51**: $2/7 + 3/7 = (2 + 3)/7 = 5/7$ (fracción irreducible).
- **Ejercicio 52**: $9/11 - 4/11 = (9 - 4)/11 = 5/11$ (fracción irreducible).
- **Ejercicio 53**: $5/12 + 1/12 = (5 + 1)/12 = 6/12 = 1/2$ (dividido entre 6).
- **Ejercicio 54**: $17/15 - 2/15 = (17 - 2)/15 = 15/15 = 1$ (entero).
- **Ejercicio 55**: $1/4 + 2/3$. mcm(4, 3) = 12. $3/12 + 8/12 = 11/12$.

1 Paso 1: Identificación de Denominadores
Verificar si las fracciones comparten la misma base numérica o si requieren conversión previa mediante mcm.

2 Paso 2: Operación en Numeradores
Sumar o restar los numeradores manteniendo el denominador común ya establecido.

3 Paso 3: Reducción Final
Dividir numerador y denominador entre su máximo común divisor hasta obtener una fracción irreducible.

FRACCIONES: SUMA Y RESTA (Ejercicios 51 a 60)

1 Ej. 51: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$

2 Ej. 52: $\frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{5}{11}$

3 Ej. 53: $\frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

4 Ej. 54: $\frac{17}{15} - \frac{2}{15} = \frac{15}{15} = 1$

5 Ej. 55: $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$

6 Ej. 56: $\frac{5}{6} - \frac{1}{8} = \frac{20}{24} - \frac{3}{24} = \frac{17}{24}$

7 Ej. 57: $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10}$

8 Ej. 58: $\frac{7}{9} - \frac{5}{12} = \frac{28}{36} - \frac{15}{36} = \frac{13}{36}$

9 Ej. 59: $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

10 Ej. 60: $\frac{4+8-2)}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

ERROR FRECUENTE:

¡Nunca sumes los denominadores!

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \neq \frac{2}{5}$$

¿Tienen las fracciones el mismo denominador?

- **Sí, mismo denominador**: Conserva el denominador y opera los numeradores directamente.
- **No, denominadores distintos**: Encuentra el mcm, amplifica cada fracción y luego opera los numeradores resultantes.

¡Tú puedes!

Mapa Mental: Fracciones — Ejercicios 61 a 70

Bloque 2: Operaciones con Fracciones — Multiplicación y División

Este mapa mental presenta 10 ejercicios prácticos (61 al 70) organizados alrededor del concepto central de cálculo racional. Cada nodo radial contiene el enunciado formal y la resolución paso a paso aplicando simplificación previa, producto de factores y multiplicación por el recíproco.

REGLA OPERATIVA FUNDAMENTAL

Simplifica siempre antes de multiplicar cruzando cualquier numerador con cualquier denominador para evitar cálculos con cifras innecesariamente grandes.

- **Multiplicación directa:** se multiplican numeradores entre sí y denominadores entre sí previa simplificación.
- **División de fracciones:** se transforma en multiplicación invirtiendo la fracción divisor (recíproco).
- **Operaciones combinadas:** se respeta rigurosamente la jerarquía de operaciones y los signos de agrupación.



61 Multiplicación directa de dos fracciones

$\left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right)$

1. $(3 \times 2) / (4 \times 5) = \frac{6}{20}$
2. Simplifica: $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

Solución: $\frac{3}{10}$

62 Multiplicación directa de dos fracciones

$(5/6) \times (3/10)$

1. $(5 \times 3) / (6 \times 10) = \frac{15}{60}$
2. Simplifica: $15/60 = \frac{1}{4}$

Solución: 1/4

63 Multiplicación directa de dos fracciones

$\left(\frac{7}{9}\right) \times \left(\frac{18}{14}\right)$

1. $(7/14) \times (18/9) = (1/2) \times 2$
2. Resultado: 1

Solución: 1

64 Multiplicación de tres fracciones

$\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{9}{8}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right)$

1. $(2 \times 9 \times 4) / (3 \times 8 \times 5) = \frac{72}{120}$
2. Simplifica: $\frac{72}{120} = \frac{3}{5}$

Solución: 3/5

65 División por el recíproco

$\left(\frac{4}{7}\right) \div \left(\frac{2}{7}\right)$

1. $(4/7) \times (3/2) = (4 \times 3) / (7 \times 2)$
2. $\frac{12}{14} = \frac{6}{7}$

Solución: 6/7

66 División por el recíproco

$(5/8) \div (15/16)$

1. $(5/8) \times (16/15) = (5/15) \times (16/8)$
2. $\left(\frac{1}{3}\right) \times 2 = \frac{2}{3}$

Solución: 2/3

67 División por el recíproco

$(9/4) \div 3$

1. $(9/4) \times (1/3) = \frac{9}{12}$
2. Simplifica: $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

Solución: 3/4

68 Expresión con paréntesis

$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right)$

1. $(5/6) \times (3/5) = \frac{15}{30}$
2. Simplifica: $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

Solución: 1/2

69 Expresión con paréntesis

$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) \div \left(\frac{5}{16}\right)$

1. $(5/8) \div (5/16) = (5/8) \times (16/5)$
2. $\frac{16}{10} = 2$

Solución: 2

70 Expresión combinada

$\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{4} \times \frac{8}{3}\right) - \frac{1}{6}$

1. $\frac{1}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{2}{3}$
2. $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$

Solución: 7/6

Verificación y Autoevaluación Práctica

Lista de control para validar el procedimiento antes de dar por definitivo el resultado en operaciones fraccionarias.

- [ ] ¿Transformaste cada división en multiplicación invirtiendo únicamente la fracción divisora?
- [ ] ¿Realizaste las operaciones entre paréntesis antes de cualquier producto o cociente exterior?
- [ ] ¿Verificaste que la fracción resultante sea irreducible dividiendo entre el máximo común divisor?

NOTA DE REVISIÓN

Las soluciones han sido desarrolladas mediante verificación factual estándar de operaciones aritméticas en números racionales.

¡ALERTA DE ERROR FRECUENTE!

Invertir la primera fracción en lugar del divisor.

Fracciones: Problemas de Aplicación y Contexto Real (Ejercicios 71 a 80)

Núcleo Central: Fracciones en Contextos Reales

Resolución estructurada de 10 problemas verbales y prácticos (ejercicios 71 a 80) que aplican fracciones a situaciones cotidianas: cálculo de partes de un total, fracciones sucesivas de un resto y repartos proporcionales.

- Identificar la unidad o cantidad de referencia en cada planteamiento.
- Diferenciar entre fracción del total inicial y fracción de la cantidad restante.
- Plantear la operación directa (multiplicación o resta unitaria) y simplificar el resultado.

Regla Clave del Resto

Cuando el enunciado indique "la fracción de lo que queda", primero resta al total unitario (1) **la fracción gastada antes de multiplicar.**



71 75

FRACCIONES: PROBLEMAS REALES (EJERCICIOS 71-80)

78 80

76 80

Bloque 1: Fracción de un Total y Cantidades Restantes (Ejercicios 71 al 75)

Aplicación de multiplicación de fracciones por números enteros y sustracción del complemento a la unidad en presupuestos y medidas.

- **Ejercicio 71:** Presupuesto familiar. De $1200, se destinan 3/5 a comida. Cálculo: 1200 * (3/5) = $720. Quedan: 1200 - 720 = $480.
- **Ejercicio 72: Capacidad de cisterna.** Un tanque de 450 litros contiene 2/3 de agua. Volumen actual: 450 * (2/3) = 300 L. Falta para llenarse: 450 - 300 = 150 L.
- **Ejercicio 73: Lectura semanal.** Un libro tiene 240 páginas. Sofía lee 3/8 el lunes y 1/4 el martes. Total leído: 3/8 + 2/8 = 5/8 (150 págs). Páginas pendientes: 240 * 3/8 = 90 págs.
- **Ejercicio 74: Terreno agrícola.** De una parcela de 3600 m^2, se siembran 5/12 de maíz y 1/3 de frijol. Común denominador: 5/12 + 4/12 = 9/12 = 3/4 (2700 m^2). Área libre: 3600 * (1/4) = 900 m^2.
- **Ejercicio 75: Inventario de tienda.** De 180 prendas, 4/9 son camisetas y 1/6 pantalones. Camisetas: 80. Pantalones: 30. Otras prendas: 180 - (80 + 30) = 70 prendas.

Pasos clave

1. **Calcular fracción directa** de un total. Multiplica el valor total por el numerador y divide entre el denominador: Total * (a/b) = (Total * a) / b.
2. **Calcular el residuo directo.** Si se extrae la fracción a/b, la porción sobrante corresponde a la fracción complementaria: (1 - a/b).

Bloque 2: Fracción de Fracción y Repartos Proporcionales (Ejercicios 76 al 80)

Problemas de encadenamiento secuencial y proporcionalidad fraccionaria en recursos compartidos.

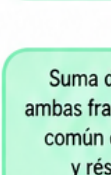
- **Ejercicio 76: Gasto secuencial.** Carlos gasta 1/2 de su dinero y luego 1/3 de lo que le quedaba. Si le sobran $40: Quedaba 1/2; gasta (1/3)*(1/2) = 1/6. Resto: 1/2 - 1/6 = 2/6 = 1/3. Si 1/3 = $40, el total era 40 * 3 = $120.
- **Ejercicio 77: Pintura de muros.** Una cuadrilla pinta 2/5 de una barda el primer día y 3/4 del resto el segundo día. Resto inicial: 3/5. Segundo día: (3/4)*(3/5) = 9/20. Total pintado: 8/20 + 9/20 = 17/20. Falta: 3/20.
- **Ejercicio 78: Reparto de herencia.** Se reparten 1500 hectáreas: 2/5 para Ana (600 ha), 1/3 para Luis (500 ha) y el resto para Clara. Herencia de Clara: 1500 - (600 + 500) = 400 ha (equivalente a 4/15 del total).
- **Ejercicio 79: Receta de panadería.** Una masa requiere 3/4 kg de harina por hogaza. Para elaborar 16 hogazas: 16 * (3/4) = 48/4 = 12 kg de harina.
- **Ejercicio 80: Venta fraccionada de tela.** De un rollo de 60 metros, se venden primero 2/3 (40 m). Del resto (20 m), se venden 3/5: 20 * (3/5) = 12 m. Metros finales en tienda: 20 - 12 = 8 metros.

ERROR FRECUENTE

Sumar directamente fracciones que refieren a distintas bases. No sumes 1/2 + 1/3 si el tercio aplica solo al remanente.

Decisión: ¿El segundo gasto refiere al total general o al remanente?





¿El segundo gasto refiere al total general o al remanente?

Refiere al total general	Refiere al remanente/resto
Suma directamente ambas fracciones usando común denominador y réstalas de 1.	Multiplica la segunda fracción por el remanente de la primera para obtener la porción real respecto al total.





Mapa Mental: Porcentajes y Cálculo Directo (Ejercicios 81 al 90)

Núcleo Conceptual: Porcentajes, Fracciones y Decimales

Un **porcentaje** expresa una cantidad dividida entre 100 partes iguales. Toda tasa porcentual P% equivale a la fracción decimal P/100 y a su expresión en número decimal. Para calcular directamente el P% de una cantidad total C, multiplicamos el total por su forma decimal o aplicamos la equivalencia fraccionaria correspondiente.

- **Definición base:** P% = P / 100
- **Forma decimal directa:** 25% = 0.25; 10% = 0.10 = 0.1; 5% = 0.05
- **Operación de cálculo directo:** Tanto por ciento de C = (P / 100) × C = Decimal × C

Alerta de Error Frecuente

No confundir porcentajes de un solo digito con décimas: el 5% equivale a 0.05 y no a 0.5 (que representa el 50%). Verifica siempre la posición del punto decimal al dividir entre 100.

Ejercicios Resueltos 81 a 85: Conversiones y Porcentajes Notables

Desarrollo paso a paso para el cálculo directo y conversión elemental de porcentajes frecuentes.

- **Ejercicio 81:** Calcular el 50% de 240.
  Paso 1: 50% = 50/100 = 0.5.
  Paso 2: 240 × 0.5 = 120.
- **Ejercicio 82:** Convertir 3/4 a porcentaje.
  Paso 1: 3 ÷ 4 = 0.75.
  Paso 2: 0.75 × 100% = 75%.
- **Ejercicio 83:** Convertir 0.08 a porcentaje.
  Paso 1: Multiplicar por 100.
  Paso 2: 0.08 × 100 = 8%.
- **Ejercicio 84:** Calcular el 10% de 850.
  Paso 1: 10% = 10/100 = 0.1.
  Paso 2: 850 × 0.1 = 85.
- **Ejercicio 85:** Calcular el 25% de 360.
  Paso 1: 25% = 1/4 = 0.25.
  Paso 2: 360 ÷ 4 = 90 (o 360 × 0.25 = 90).

81 — Ejercicio 81: 50% de 240
Convertir 50% a decimal (0.50) o simplificar a 1/2. Multiplicar 240 × 0.5 = 120.

82 — Ejercicio 82: Fracción 3/4 a porcentaje
Dividir numerador entre denominador: 3 ÷ 4 = 0.75. Multiplicar por 100 para obtener 75%.

83 — Ejercicio 83: Decimal 0.08 a porcentaje
Desplasar el punto decimal dos posiciones a la derecha: 0.08 × 100 = 8%.

84 — Ejercicio 84: 10% de 850
Dividir entre 10 o multiplicar por 0.1: 850 × 0.1 = 85.

85 — Ejercicio 85: 25% de 360
Identificar 25% como la cuarta parte (1/4): 360 ÷ 4 = 90.

PORCENTAJES: CONCEPTO Y CÁLCULO DIRECTO

- **81** 50% de 240 — 240 × 0.5 = 120
- **82** 3/4 a % — 3/4 = 0.75 = 75%
- **83** 0.08 a % — 0.08 × 100 = 8%
- **84** 10% de 850 — 850 × 0.1 = 85
- **85** 25% de 360 — 360 ÷ 4 = 90
- **86** 15% de 60 — 60 × 0.15 = 9
- **87** 5% de 140 — 140 × 0.05 = 7
- **88** 20% de 45 — 45 ÷ 5 = 9
- **89** 75% de 200 — 200 × 0.75 = 150
- **90** 30% de 180 — 180 × 0.3 = 54

ERROR FRECUENTE:
5% es 0.05, no 0.5

PORCENTAJES COMERCIALES:

EJERCICIOS 91 A 100

91

Abrigo:

120 € - 25% desc.
= 90 €

92

Zapatillas:

80 € - 15% desc.
= 68 €

93

Smartphone:

450 € - 40% desc.
= 270 €

94

Ordenador:

600 € + 21% IVA
= 726 €

95

Factura:

150 € + 10% imp.
= 165 €

96

Servicio:

90 € + 5% urgencia
= 94,50 €

97

TV:

Total 424 € con +6%
→ Base = 424 / 1,06
= 400 €

98

Pantalón:

64 € tras -20%
→ Original = 64 / 0,80
= 80 €

99

Factura:

242 € con 21% IVA
→ Base = 242 / 1,21
= 200 €

100

Consola:

300 € (+10% y luego -10%)
→ 300 · 1,10 · 0,90
= 297 €

ERROR FRECUENTE:

No restes el % final directamente; divide entre (1 + i).

Mapa Mental de Ejercicios 101 al 110: Proporcionalidad Directa

PROPORCIONALIDAD DIRECTA
(Ejercicios 101 a 110)

Núcleo Conceptual: Proporcionalidad y Regla de Tres Directa

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número distinto de cero, la otra queda multiplicada o dividida por ese mismo número. En este mapa se analizan la constante $k = y/x$ y el planteamiento analitico de la regla de tres simple directa: $x_1/y_1 = x_2/y_2$, despejando el valor desconocido mediante la multiplicación cruzada dividida entre el término restante.

- **Razón matemática:** cociente formal a/b entre dos cantidades homogéneas o relacionadas.
- **Constante de proporcionalidad directa (k):** relación constante y/x en cada pareja de valores.
- **Regla práctica:** incógnita = (producto de datos en diagonal opuesta) / dato restante.

Principio Operativo de la Magnitud Directa

Antes de operar, verifique el sentido fisico o aritmético: si la cantidad inicial aumenta y la magnitud buscada debe aumentar en la misma proporción, aplique directamente la igualdad cruzada.

101 Cuadernos y costo

Si 4 cuadernos cuestan $120 MXN, ¿cuánto cuestan 9 cuadernos?

Paso 1: k = 120 / 4 = 30 MXN/cuaderno.
Paso 2: Total = 9 · 30.

Solución: $270 MXN.

102 Kilómetros y combustible

Un automófiul consume 15 litros de combustible para recorrer 180 km. ¿Cuántos litros requiere para 300 km?

Paso 1: k = 180 / 15 = 12 km/L.
Paso 2: Litros = 300 / 12 = 25.

Solución: 25 litros.

103 Razón entre números

La razón entre dos números a y b es 3/7. Si el menor a = 21, ¿cuál es el valor de b?

Paso 1: 3/7 = 21/b.
Paso 2: b = (21 · 7) / 3 = 147 / 3.

Solución: b = 49.

104 Botellas y tiempo

Una máquina embotelladora llena 240 botellas en 8 minutos. ¿Cuántas botellas llena en media hora (30 min)?

Paso 1: k = 240 / 8 = 30 botellas/min.
Paso 2: Producción = 30 · 30.

Solución: 900 botellas.

105 Mapa y distancia

En un mapa con escala 1:50 000, una distancia mide 6 cm. ¿A cuántos kilómetros reales equivale?

Paso 1: Distancia real = 6 · 50 000 cm = 300 000 cm.
Paso 2: Conversión = 300 000 / 100 000 km.

Solución: 3 km.

106 Horas y pago

Por trabajar 5 horas diarias durante una jornada se perciben $450 MXN. ¿Cuánto se cobrará por una jornada de 8 horas con la misma tarifa?

Paso 1: k = 450 / 5 = 90 MXN/h.
Paso 2: Pago = 8 · 90.

Solución: $720 MXN.

107 Pintura y superficie

Para pintar 48 m² de superficie se necesitan 6 litros de pintura. ¿Cuántos litros se requieren para cubrir 80 m²?

Paso 1: Rendimiento = 48 / 6 = 8 m²/L.
Paso 2: Litros = 80 / 8.

Solución: 10 litros.

108 Ciclista y distancia

Un ciclista pedalea a ritmo constante y recorre 12 km en 20 minutos. (Qué distancia recorrerá en 45 minutos?

Paso 1: Proporción 12/20 = d/45.
Paso 2: d = (12 · 45) / 20 = 540 / 20.

Solución: 27 km.

109 Harina y huevos

Una receta de panificación utiliza 750 g de harina por cada 3 huevos. ¿Cuántos gramos de harina se precisan si se usan 8 huevos?

Paso 1: Harina por huevo = 750 / 3 = 250 g.
Paso 2: Total = 250 · 8.

Solución: 2 000 g (2 kg).

110 Grifo y tiempo

Un grifo abierto con flujo constante vierte 64 litros de agua en 4 minutos. ¿Cuánto tiempo tarda en llenar un depósito de 400 litros?

Paso 1: Caudal = 64 / 4 = 16 L/min.
Paso 2: Tiempo t = 400 / 16.

Solución: 25 minutos.

Bloque 1: Razones Básicas y Valor Unitario (Ejercicios 101 a 105)

Solución analitica paso a paso para el cálculo de razones y reducción a la unidad con proporciones directas.

1. **Identificar pares ordenados**
   Asigne las magnitudes correspondientes en dos columnas paralelas respetando las mismas unidades de medida.
2. **Multiplicación cruzada y división**
   Plantee la proporción a/b = c/x y despeje la incógnita multiplicando los extremos conocidos y dividiendo entre de opuesto.

Bloque 2: Aplicaciones y Magnitudes Compuestas (Ejercicios 106 a 110)

Desarrollo paso a paso de situaciones aplicadas de proporcionalidad directa, conversiones y cálculo de rendimiento.

1. Anallizar el enunciado
   Identifique las magnitudes y sus unidades.
2. Calcular la constante o razón
   Determine k, el remdimiento o la proporción según el contexto.
3. Despejar y resolver
   Use la regla de tres o la multiplicación cruzada según corresponda.

Alerta de Error Frecuente

No confunda proporcionalidad directa con inversa. Compruebe siempre que a mayor valor de la variable independiente corresponde un incremento equivalente en la variable dependiente.

$k = y / x$ | Regla de tres: $x = (b \cdot c) / a$



Proporcionalidad Inversa y Repartos Proporcionales (Ejercicios 111 a 120)



111 Albañiles (variación inversa)

6 albañiles terminan una barda en 12 días.
¿Cuántos días demorarán 9 albañiles al mismo ritmo?

1. Constante $k = 6 \cdot 12 = 72$ días-obrero.
2. Tiempo para 9 albañiles = $72 / 9 = 8$ días.

$k = 6 \cdot 12 = 72 \rightarrow x = 72 / 9 = 8$ días

112 Velocidad (variación inversa)

Un automóvil a 90 km/h completa un trayecto en 4 horas. Si reduce su velocidad a 60 km/h, ¿cuánto tarda?

1. Distancia total $k = 90 \cdot 4 = 360$ km.
2. Tiempo requerido = $360 / 60 = 6$ horas.

$k = 90 \cdot 4 = 360 \rightarrow x = 360 / 60 = 6$ h

113 Tuberías (variación inversa)

4 tuberías idénticas vacían una cisterna en 15 horas.
¿Cuánto tardarán 6 tuberías abiertas simultáneamente?

1. Caudal total $k = 4 \cdot 15 = 60$ horas-tubo.
2. Tiempo resultante = $60 / 6 = 10$ horas.

$k = 4 \cdot 15 = 60 \rightarrow x = 60 / 6 = 10$ h

114 Pienso (variación inversa)

Un establo con 20 animales dispone de pienso para 30 días. Si se incorporan 5 animales más (25 en total), ¿para cuántos días rinde el alimento?

1. Raciones totales $k = 20 \cdot 30 = 600$ raciones.
2. Días resultantes = $600 / 25 = 24$ días.

$k = 20 \cdot 30 = 600 \rightarrow x = 600 / 25 = 24$ días

115 Engranajes (variación inversa)

Un engranaje de 40 dientes gira a 150 RPM conectado a una rueda menor de 24 dientes. ¿A qué velocidad rota la rueda menor?

1. Dientes por minuto $k = 40 \cdot 150 = 6000$.
2. Frecuenzia de giro = $6000 / 24 = 250$ RPM.

$k = 40 \cdot 150 = 6000 \rightarrow x = 6000 / 24 = 250$ RPM

116 Directo (reparto proporcional)

Repartir 1.200 € entre tres personas en razón directa a sus edades: 10, 14 y 16 años.

1. Suma de razones = $10 + 14 + 16 = 40$.
2. Constante $k = 1.200 / 40 = 30$ €/año.
3. Asignaciones: $10 \cdot 30 = 300$ €, $14 \cdot 30 = 420$ €, $16 \cdot 30 = 480$ €.

$k = 1.200 / 40 = 30 \rightarrow$ 300 €, 420 €, 480 €

117 Inverso (reparto por faltas)

Distribuir un bono de 940 € entre dos operarios en razón inversa a sus días de retraso: 2 y 3 días.

1. Invertir razones: 1/2 y 1/3 → 3/3 y 2/6 (pesos 3 y 2).
2. Suma $3 + 2 = 5$. $k = 940 / 5 = 188$ €.
3. Cuotas: $3 \cdot 188 = 564$ € (2 faltas) y $2 \cdot 188 = 376$ € (3 faltas).

$k = 940 / 5 = 188 \rightarrow$ 564 €, 376 €

118 Directo (producción compartida)

Dividir 450 horas de labor técnica entre tres talleres en proporción directa a su capacidad: 2, 3 y 4 máquinas.

1. Suma de unidades = $2 + 3 + 4 = 9$.
2. $k = 450 / 9 = 50$ horas/máquina.
3. Reparto: 100 h, 150 h, 200 h.

$k = 450 / 9 = 50 \rightarrow$ 100 h, 150 h, 200 h

119 Inverso (incentivo de rendimiento)

Repartir un premio de 700 € entre dos sucursales en razón inversa a las quejas recibidas: 3 y 4 quejas.

1. Invertir: 1/3 y 1/4 → 4/12 y 3/12 (pesos 4 y 3).
2. Suma $4 + 3 = 7$. $k = 700 / 7 = 100$ €.
3. Cuotas: $4 \cdot 100 = 400$ € (3 quejas) y $3 \cdot 100 = 300$ € (4 quejas).

$k = 700 / 7 = 100 \rightarrow$ 400 €, 300 €

120 Inverso triple (reparto inverso)

Repartir 780 € en proporción inversa a los números 2, 3 y 4.

1. Inversas: 1/2, 1/3, 1/4 → 6/12, 4/12, 3/12 (pesos 6, 4, 3).
2. Suma de partes = $6 + 4 + 3 = 13$. $k = 780 / 13 = 60$ €.
3. Resultados: 360 €, 240 €, 180 €.

$k = 780 / 13 = 60 \rightarrow$ 360 €, 240 €, 180 €



CLAVE:
$k = A \cdot B$



ERROR FRECUENTE:
¡No multipliques en cruz! En proporcionalidad inversa el producto horizontal se mantiene constante.

Mapa Mental Visual: Leyes de los Exponentes (Ejercicios 121 a 130)

Potencias: Propiedades y Leyes de los Exponentes — Guía de Aplicación (Ejercicios 121 a 130)

Esta lámina visual contiene 10 ejercicios prácticos organizados en torno a las leyes fundamentales de los exponentes para potencias con base real y exponente entero. Cada tarjeta desglosa el enunciado, la ley matemática aplicada y el desarrollo paso a paso hasta obtener la forma irreducible o el valor exacto.

- **Producto de potencias de igual base:** se mantiene la base y se suman los exponentes.
- **Cociente de potencias de igual base:** se mantiene la base y se restan los exponentes.
- **Potencia de una potencia:** se mantiene la base y se multiplican los exponentes.
- **Potencia de un producto o cociente:** el exponente se distribuye sobre cada factor o término.
- **Exponente cero:** cualquier base no nula elevada a cero es igual a uno.
- **Exponente negativo:** representa el inverso multiplicativo de la base con exponente positivo.

Regla de Oro en Signos y Bases Negativas

Distingue siempre entre $(-a)^n$ y $-a^n$.

Por ejemplo, $(-3)^2 = 9$ (la base incluye el signo negativo), mientras que $-3^2 = -(3^2) = -9$ (la potencia afecta solo al 3). Ante exponentes negativos, la base no cambia de signo, solo pasa al denominador.

121 Producto de igual base

$$3^3 \cdot 3^4 = 3^{(3+4)} = 3^7$$

$= 2187$

122 Cociente de igual base

$$\frac{5^7}{5^4} = 5^{7-4)} = 5^3$$

$= 125$

123 Potencia de una potencia

$$(2^3)^4 = 2^{(3\cdot 4)} = 2^{12}$$

$= 4096$

124 Exponente cero con expresión compuesta

$$(4^2 \cdot 7^3 - 15)^0 = 1$$

125 Exponente negativo simple

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = = \frac{1}{16}$$

127 Cociente con exponentes negativos

$$\frac{6^3 \cdot 6^{-5}}{6^{-4}} = \frac{6^{-2}}{6^{-4}} = 6^2$$

$= 36$

126 Producto mixto con bases iguales y distintas potencias

$$2^5 \cdot 3^2 \cdot 2^{-2} \cdot 3^3 = 2^3 \cdot 3^5$$

$= 1944$

128 Potencia de un cociente con signo

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{-8}{27}\right)$$

$= -\frac{8}{27}$

129 Fracción con exponente negativo general

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$= \frac{25}{9}$

130 Expresión combinada de leyes

$$\frac{[(2^2)^3 \cdot 2^{-4}]}{2^0 \cdot 2^3} = \frac{2^2}{2^3} = 2^{-1}$$

$= \frac{1}{2}$

Resolución Detallada de los Ejercicios 121 a 130

A continuación se presentan los diez ejercicios resueltos paso a paso correspondientes a los nodos radiales del mapa mental:

- **121** $3^3 \cdot 3^4 = 3^7 = 2187$
- **122** $\frac{5^7}{5^4} = 5^3 = 125$
- **123** $(2^3)^4 = 2^{12} = 4096$
- **124** $(4^2 \cdot 7^3 - 15)^0 = 1$
- **125** $4^{-2} = \frac{1}{16}$
- **126** $2^5 \cdot 3^2 \cdot 2^{-2} \cdot 3^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 1944$
- **127** $\frac{6^3 \cdot 6^{-3}}{6^{-4}} = 6^2 = 36$
- **128** $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$
- **129** $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{25}{9}$
- **130** $\frac{[(2^2)^3 \cdot 2^{-4}]}{2^0 \cdot 2^3} = \frac{1}{2}$

¿Cómo proceder al simplificar una expresión con potencias?

Las bases son idénticas en una multiplicación o división

Mantén la base inalterada y suma o resta algebraicamente los exponentes respetando los signos.

Hay un exponente negativo sobre una base o fracción

Invierte la base o fracción ($a/b \to b/a$) y convierte el exponente en positivo antes de operar.

Pasos para Resolver

1. **Paso 1: Localizar la base y su signo**
   Verifica si los términos comparten la misma base numérica o si se pueden descomponer en factores primos.
2. **Paso 2: Aplicar la ley correspondiente**
   Suma exponentes si es multiplicación, resta si es división, o multiplica si es potencia sucesiva.
3. **Paso 3: Tratar exponentes negativos y cero**
   Transforma exponentes negativos en inversos positivos y cualquier base no nula con exponente 0 en 1.
4. **Paso 4: Obtener la forma reducida o valor final**
   Simplifica las fracciones resultantes o calcula la potencia si la base y exponente son de magnitud manejable.



Mapa Mental Visual: Radicación y Notación Científica (Ej. 131-140)

RADICACIÓN Y NOTACIÓN CIENTÍFICA (Ej. 131-140)

131 $\sqrt{144} = 12$ $(12^2=144)$

132 $\sqrt[3]{125} = 5$ $(5^3=125)$

133 $\sqrt[3]{(-64)} = -4$

134 $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{36} = 6$ (o bien $2 \times 3 = 6$)

135 $\sqrt{\frac{100}{25}} = \frac{10}{5} = 2$

136 $\sqrt{2^6} = 2^3 = 8$

137 $450\,000 = 4{,}5 \times 10^5$

138 $0{,}00032 = 3{,}2 \times 10^{-4}$

139 $6{,}8 \times 10^3 = 6\,800$

140 $(2 \times 10^3) \times (3 \times 10^4) = 6 \times 10^7$

Bloque Temático: Radicación y Notación Científica (Ejercicios 131 a 140)

Diez ejercicios resueltos **paso a paso** para consolidar el cálculo de raíces exactas (**cuadradas** y cúbicas), la aplicación de propiedades fundamentales de los radicales y la conversión operativa con potencias de base diez.

- **131** Raíz cuadrada exacta básica: $\sqrt{144} = 12$, porque $12 \times 12 = 144$.
- **132** Raíz cúbica exacta positiva: $\sqrt[3]{125} = 5$, dado que $5 \times 5 \times 5 = 125$.
- **133** Raíz cúbica de un entero negativo: $\sqrt[3]{(-64)} = -4$, pues $(-4)^3 = -64$.
- **134** Producto de radicales de igual índice: $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{(4 \times 9)} = \sqrt{36} = 6$ (o bien $2 \times 3 = 6$).
- **135** Cociente de radicales exactos: $\sqrt{(100/25)} = \sqrt{100}/\sqrt{25} = 10/5 = 2$.
- **136** Raíz de una potencia par: $\sqrt{2^6} = 2^{6 \div 2} = 2^3 = 8$.
- **137** Conversión de número grande a notación científica: $450\,000 = 4{,}5 \times 10^5$ (la coma decimal se desplaza 5 lugares a la izquierda).
- **138** Conversión de número decimal pequeño a notación científica: $0{,}00032 = 3{,}2 \times 10^{-4}$ (la coma decimal se desplaza 4 lugares a la derecha).
- **139** Expansión a notación estándar: $6{,}8 \times 10^3 = 6\,800$.
- **140** Multiplicación en notación científica: $(2 \times 10^3) \times (3 \times 10^4) = (2 \times 3) \times 10^{3+4} = 6 \times 10^7$.

Pasos para resolver

1. **Identificar el índice y el radicando**
   Verifica si la raíz es cuadrada (**índice 2 tácito**) o cúbica (**índice 3**), prestando atención al signo del número interior.
2. **Aplicar propiedades de descomposición**
   Separa productos o cocientes exactos usando $\sqrt{(a \cdot b)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ para simplificar cálculos mentales directos.
3. **Ajustar exponente en notación científica**
   Asegura que el coeficiente se mantenga en el intervalo $1 \leq c < 10$ contando con precisión el desplazamiento de cifras decimales.

¿El radicando es negativo y el índice es par o impar?

- **Índice impar** (como raíz cúbica $\sqrt[3]{}$) → El resultado conserva el signo negativo del radicando: $\sqrt[3]{(-64)} = -4$.
- **Índice par** (como raíz cuadrada $\sqrt{}$) → No tiene solución dentro del conjunto de los números reales ($\sqrt{(-16)} \notin \mathbb{R}$).

ALERTA: ERROR FRECUENTE

¡Cuidado con la suma bajo el radical! $\sqrt{(a + b)}$ **NO** es igual a $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Por ejemplo:
$\sqrt{(9 + 16)} = \sqrt{25} = 5$,
mientras que
$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.

Además, en los números reales no existe raíz de índice par para un radicando negativo (ej. $\sqrt{(-16)}$ no es real).

Mapa Mental Visual: Geometría – Perímetros y Áreas (Ejercicios 141 a 150)

ALERTA TÉCNICA: La altura siempre es perpendicular a la base, no el lado inclinado.

GEOMETRÍA: PERÍMETROS Y ÁREAS (EJERCICIOS 141 AL 150)

141 Triángulo equilátero



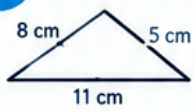
L = 7 cm
P = 3(7) = **21 cm**

142 Triángulo



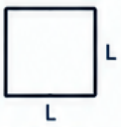
b = 10 cm, h = 6 cm
A = (10·6)/2 = **30 cm²**

143 Triángulo



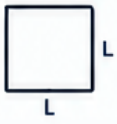
Lados 5, 8, 11 cm
P = 5+8+11 = **24 cm**

144 Cuadrado



L = 9 m
P = 4(9) = **36 m**
A = 9^2 = **81 m²**

145 Cuadrado



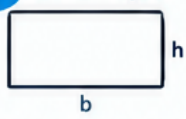
P = 48 cm
L = 48/4 = 12 cm
A = 12^2 = **144 cm²**

146 Rectángulo



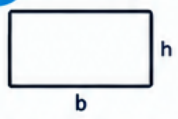
b = 12 cm, h = 5 cm
P = 2(12+5) = **34 cm**

147 Rectángulo



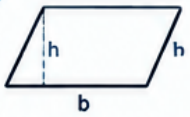
b = 14 m, h = 8 m
A = 14·8 = **112 m²**

148 Rectángulo



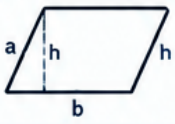
A = 72 cm², b = 9 cm
h = 72/9 = 8 cm
P = 34 cm

149 Paralelogramo



b = 15 cm, h = 7 cm
A = 15·7 = 105 cm²

150 Paralelogramo



a = 10 cm, b = 6 cm,
h = 5 cm (sobre la base a)
P = 2(10+6) = **32 cm**
A = 10·5 = **50 cm²**

Guía Práctica: Cálculo de Perímetros y Áreas en Polígonos Básicos

Esta lámina visual presenta la resolución analítica y geométrica de 10 ejercicios fundamentales sobre perímetro y superficie plana para triángulos, cuadrados, rectángulos y paralelogramos. Cada ejercicio ilustra el desglose de dimensiones, la selección de la fórmula estándar y el cálculo numérico directo con unidades explícitas.

- **Perímetro (P):** suma lineal de las longitudes de todos los lados que delimitan el contorno del polígono.
- **Área (A):** medida bidimensional de la superficie interior expresada en unidades cuadradas (cm², m²).
- **Triángulo:** P = a + b + c; A = (base × altura) / 2.
- **Cuadrado:** P = 4 × lado; A = lado².
- **Rectángulo:** P = 2 × (base + altura); A = base × altura.
- **Paralelogramo:** P = 2 × (a + b); A = base × altura perpendicular (h).

Atención a la Altura Perpendicular

En triángulos y paralelogramos, la altura (h) siempre debe medirse de manera **perpendicular** a la base elegida, nunca sobre el lado inclinado a menos que coincida por ser un ángulo recto.

Banco Resuelto de Ejercicios 141 a 150

Desarrollo paso a paso de los 10 ejercicios asignados al bloque de polígonos básicos:

141. Triángulo equilátero de lado 7 cm -> Perímetro: P = 3 × 7 cm = 21 cm.
142. Triángulo de base b = 10 cm y altura h = 6 cm -> Área: A = (b × h) / 2 = (10 × 6) / 2 = 60 / 2 = 30 cm².
143. Triángulo escaleno de lados 5 cm, 8 cm y 11 cm -> Perímetro: P = 5 + 8 + 11 = 24 cm.
144. Cuadrado de lado L = 9 m -> Perímetro y Área: P = 4 × 9 = 36 m; A = 9^2 = 81 m².
145. Cuadrado con perímetro P = 48 cm -> Lado: L = 48 / 4 = 12 cm; Área: A = 12^2 = 144 cm².
146. Rectángulo de base 12 cm y altura 5 cm -> Perímetro: P = 2 × (12 + 5) = 34 cm.
147. Rectángulo de base 14 m y altura 8 m -> Área: A = 14 × 8 = 112 m².
148. Rectángulo con área A = 72 cm² y base b = 9 cm -> Altura: h = 72 / 9 = 8 cm; Perímetro: P = 2 × (9 + 8) = 34 cm.
149. Paralelogramo de base b = 15 cm y altura h = 7 cm -> Área: A = 15 × 7 = 105 cm².
150. Paralelogramo de lados contiguos a = 10 cm y b = 6 cm con altura h = 5 cm sobre la base a -> Perímetro: P = 2 × (10 + 6) = 32 cm; Área: A = 10 × 5 = 50 cm².

Verificación Factual de Producción

Los resultados fueron auditados mediante revisión de cálculo algebraico y consistencia dimensional interna según el estándar de producción educativa.

¿Qué magnitud geométrica necesitas calcular primero?

Perímetro (contorno exterior)
Suma las longitudes de todos los lados exteriores. Para polígonos regulares o simétricos usa P = n × L o P = 2(b + h).

Área (superficie contenida)
Multiplica la base por la altura correspondiente. Divide entre 2 únicamente si la figura es triangular.

Fórmulas esenciales
Triángulo:
Cuadrado: A=L²
Rectángulo/Paralelogramo: A=b·h

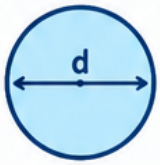
Página Visual: Ejercicios 151 a 160 — Circunferencia, Círculo y Pitágoras

GEOMETRÍA: CÍRCULO Y PITÁGORAS (151-160)

151 Radio r=7 cm →
$P = 2 \cdot \pi \cdot r = 43.98$ cm



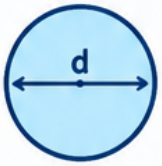
152 Diámetro d=20 cm →
$P = \pi \cdot d = 62.83$ cm



153 Radio r=5 cm →
$A = \pi \cdot r^2 = 78.54$ cm²



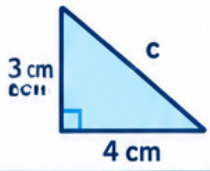
154 Diámetro d=12 m →
r=6 m →
$A = 113.10$ m²



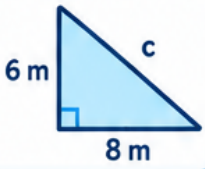
155 P=94.25 m →
$r = P/(2\pi = 15.00$ m



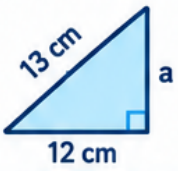
156 Catetos 3 y 4 cm →
$c = \sqrt{9+16} = 5$ cm



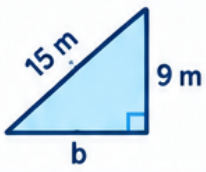
157 Catetos 6 y 8 m →
$c = \sqrt{36+64} = 10$ m



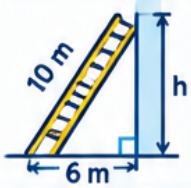
158 Hipotenusa 13 cm,
Cateto 12 cm →
$a = \sqrt{169-144} = 5$ cm



159 Hipotenusa 15 m,
Cateto 9 m →
$b = \sqrt{225-81} = 12$ m



160 Escalera 10 m,
pie a 6 m →
$h = \sqrt{100-36} = 8$ m



FÓRMULAS CLAVE

Circunferencia y círculo:

$P = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

$A = \pi \cdot r^2$

(si se da d, r = d/2)

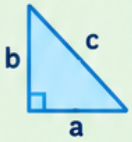


Teorema de Pitágoras:

$c^2 = a^2 + b^2$

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$

$b = \sqrt{c^2 - a^2}$







¡CUIDADO CON EL SIGNO!:

Para cateto se resta
$c^2 - b^2$,
no se suma.

Guía de Aplicación Rápida

Identifica siempre si el dato proporcionado corresponde al radio o al diámetro antes de sustituir en la fórmula de área. En el Teorema de Pitágoras, comprueba que el ángulo entre los catetos sea estrictamente de 90°.

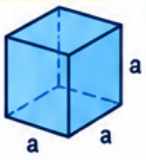
Geometría Espacial: Áreas Superficiales y Volúmenes de Cuerpos Geométricos

Bloque 6: Geometría Espacial — Áreas Superficiales y Volúmenes (161-170)

Diez ejercicios prácticos resueltos paso a paso para dominar el cálculo de áreas laterales, áreas totales y volúmenes en poliedros regulares, prismas rectos y cuerpos de revolución (cubo, ortoedro, prisma triangular, cilindro, cono y esfera. Cada nodo desglosa la identificación de datos, la fórmula geométrica aplicada y la resolución numérica exacta.

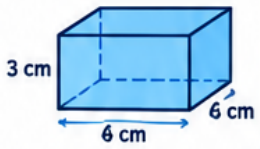
1 161. Cubo

a = 5 cm
At = $6a^2$ = 150 cm^2
V = a^3 = 125 cm^3



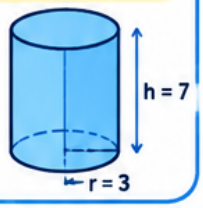
2 162. Ortoedro

6 x 4 x 3 cm
At = 108 cm^2
V = 72 cm^3



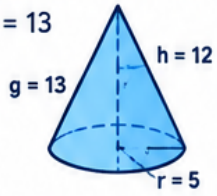
3 163. Cilindro

r = 3, h = 7
AL = 42π
AT = 60π
V = 63π cm^3



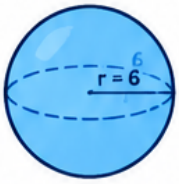
4 164. Cono

r = 5, h = 12, g = 13
AL = 65π
AT = 90π
V = 100π cm^3



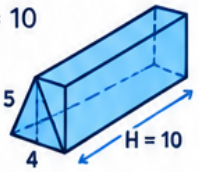
5 165. Esfera

r = 6
A = 144π cm^2
V = 288π cm^3



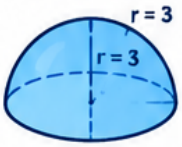
6 166. Prisma Triangular

Base 3-4-5, H = 10
AT = 132 cm^2
V = 60 cm^3



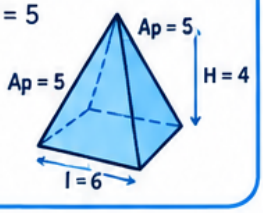
7 167. Semiesfera

r = 3
AT = 27π cm^2
V = 18π cm^3



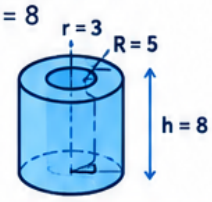
8 168. Pirámide Cuadrangular

l = 6, H = 4, Ap = 5
AT = 96 cm^2
V = 48 cm^3



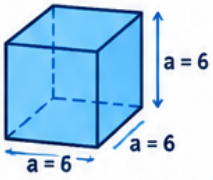
9 169. Cilindro Hueco

R = 5, r = 3, h = 8
V = 128π cm^3



10 170. Cubo Inverso

V = 216 cm^3
→ a = 6 cm
AT = 216 cm^2



¡ERROR FRECUENTE!

Confundir la altura del cuerpo (h o H) con la generatriz (g) en el cono o con la apotema lateral (Ap) en la pirámide. Para el volumen siempre se utiliza la altura perpendicular al plano de la base, mientras que para las áreas laterales se requiere la arista o apotema inclinada calculada mediante el Teorema de Pitágoras.

PASOS PARA RESOLVER

1. **Identificar el cuerpo tridimensional**
   Determinar si la figura es un poliedro (cubo, prisma, pirámide) o un cuerpo de revolución (cilindro, cono, esfera).
2. **Calcular elementos auxiliares de la base**
   Obtener área basal (Ab) y perímetro basal (Pb). En conos y pirámides, verificar si se requiere calcular la generatriz (g) o la apotema (Ap) mediante Pitágoras.
3. **Aplicar fórmula de superficie y volumen**
   Calcular Área Lateral (AL) y Área Total (AT = AL + 2·Ab para prismas/cilindros, o AT = AL + Ab para conos/pirámides). Calcular el Volumen multiplicando Ab por la altura perpendicular (dividiendo entre 3 si converge en cúspide).

Mapa Mental Álgebra:
Expresiones y Términos Semejantes
(Ejercicios 171-180)

ÁLGEBRA: EXPRESIONES Y TÉRMINOS SEMEJANTES (EJ. 171-180)

1 Ejercicio 171
Evalúa $3x + 7$ $(x=4)$

$3(4) + 7 = 12 + 7$

Solución: 19

2 Ejercicio 172
Evalúa $5a - 2b$ $(a=3, b=4)$

$5(3) - 2(4) = 15 - 8$

Solución: 7

3 Ejercicio 173
Evalúa $2x^2 - 3x + 1$ $(x=3)$

$2(3)^2 - 3(3) + 1 = 18 - 9 + 1$

Solución: 10

4 Ejercicio 174
$4x + 9x - 5x$

$(4 + 9 - 5)x = 8x$

Solución: 8x

5 Ejercicio 175
$7a + 3b - 2a + 8b$

$(7a - 2a) + (3b + 8b)$
$= 5a + 11b$

Solución: 5a + 11b

6 Ejercicio 176
$5x^2 + 4x - 2x^2 + 6x$

$(5x^2 - 2x^2) + (4x + 6x)$
$= 3x^2 + 10x$

Solución: $3x^2 + 10x$

7 Ejercicio 177
$6xy - 4x + 2xy + 9x - 3$

$(6xy + 2xy) + (-4x + 9x) - 3$
$= 8xy + 5x - 3$

Solución: $8xy + 5x - 3$

8 Ejercicio 178
Suma $(3x^2+2x-5)+(2x^2-7x+8)$

$(3 + 2)x^2 + (2 - 7)x + (-5 + 8)$
$= 5x^2 - 5x + 3$

Solución: $5x^2 - 5x + 3$

9 Ejercicio 179
Resta $(5x^2+6x-2)-(2x^2-3x+4)$

$5x^2 + 6x - 2 - 2x^2 + 3x - 4$
$= 3x^2 + 9x - 6$

Solución: $3x^2 + 9x - 6$

10 Oercicio 180
$3x(2x^2 - 4x + 5)$

$(3x * 2x^2) + (3x * -4x) + (3x * 5)$
$= 6x^3 - 12x^2 + 15x$

Solución: $6x^3 - 12x^2 + 15x$

Evaluación de Expresiones Algebraicas (Ejercicios 171 a 173)

Sustitución directa de valores numéricos en las variables respetando la jerarquia de operaciones.

- **Ejercicio 171:** Evalúa $3x + 7$ cuando $x = 4$.
  Paso 1: Sustituye x por 4 -> $3(4) + 7$.
  Paso 2: Multiplica -> $12 + 7$. Solución: 19.
- **Ejercicio 172:** Evalúa $5a - 2b$ cuando $a = 3$ y $b = 4$.
  Paso 1: Sustituye variables -> $5(3) - 2(4)$.
  Paso 2: Opera multiplicaciones -> $15 - 8$.
  Solución: 7.
- **Ejercicio 173:** Evalúa $2x^2 - 3x + 1$ cuando $x = 3$.
  Paso 1: Sustituye x -> $2(3)^2 - 3(3) + 1$.
  Paso 2: Calcula potencias y productos -> $2(9) - 9 + + 1 = 18 - 9 + 1$.
  Solución: 10.

Regla de Oro en la Sustitución
Al sustituir valores negativos o potencias, utiliza siempre paréntesis para conservar el signo correcto de las operaciones.

Reducción de Términos Semejantes (Ejercicios 174 a 177)

Identificación de términos con idéntica parte literal (mismas variables con mismos exponentes) y combinación de sus coeficientes numéricos.

- **Ejercicio 174:** Reduce $4x + 9x - 5x$.
  Paso 1: Agrupa coeficientes de la base común x -> $(4 + 9 - 5)x$. **Paso 2:** Realiza la suma algebraica -> $8x$.
  Solución: $8x$.
- **Ejercicio 175:** Reduce $7a + 3b - 2a + 8b$.
  Paso 1: Agrupa por variable idéntica -> $(7a - 2a) + (3b + 8b)$. **Paso 2:** Suma coeficientes -> $(7 - 2)a + (3 + 8)b$. Solución: $5a + 11b$.
- **Ejercicio 176:** Reduce $5x^2 + 4x - 2x^2 + 6x$.
  Paso 1: Separa términos cuadráticos y lineales -> $(5x^2 - 2x^2) + (4x + 6x)$. **Paso 2:** Opera coeficientes -> $3x^2 + 10x$. Solución: $3x^2 + 10x$.
- **Ejercicio 177:** Reduce $6xy - 4x + 2xy + 9x - 3$.
  Paso 1: Agrupa términos semejantes -> $(6xy + 2xy) + (-4x + 9x) - 3$. **Paso 2:** Reduce -> $8xy + 5x - 3$.
  Solución: $8xy + 5x - 3$.

ERROR FRECUENTE
No sumes términos con distinto exponente: $3x^2 + 2x$ no es igual a $5x^3$. Solo se pueden reducir términos con idéntica parte literal.

Operaciones con Polinomios Simples (Ejercicios 178 a 180)

Suma, resta con cambio de signos y multiplicación monomio por binomio aplicando la propiedad distributiva.

- **Ejercicio 178 (Suma de polinomios):**
  Suma $(3x^2 + 2x - 5) + (2x^2 - 7x + 8)$.
  Paso 1: Elimina paréntesis y agrupa semejantes -> $(3 + 2)x^2 + (2 - 7)x + (-5 + 8)$.
  Paso 2: Resuelve -> $5x^2 - 5x + 3$.
  Solución: $5x^2 - 5x + 3$.
- **Ejercicio 179 (Resta de polinomios):**
  Resta $(5x^2 + 6x - 2) - (2x^2 - 3x + 4)$.
  Paso 1: Cambia signos del sustraendo -> $5x^2 + 6x - 2 - 2x^2 + 3x - 4$.
  Paso 2: Agrupa y reduce semejantes -> $(5 - 2)x^2 + (6 + 3)x + (-2 - 4)$.
  Solución: $3x^2 + 9x - 6$.
- **Ejercicio 180 (Propiedad distributiva):**
  Multiplica $3x(2x^2 - 4x + 5)$.
  Paso 1: Aplica el monomio a cada término -> $(3x * 2x^2) + (3x * -4x) + (3x * 5)$.
  Paso 2: Suma exponentes -> $6x^3 - 12x^2 + 15x$.
  Solución: $6x^3 - 12x^2 + 15x$.

Mapa Mental Visual: Ecuaciones Lineales Simples (181-190)

REGLA DE DESPEJE

ECUACIONES LINEALES SIMPLES
(Ejercicios 181-190)

181 $x + 9 = 21$
1. $x = 21 - 9$
2. $x = 12$

Comprobación: $12 + 9 = 21$

182 $x - 14 = 8$
1. $x = 8 + 14$
2. $x = 22$

Comprobación: $22 - 14 = 8$

183 $5x = 45$
1. $x = 45 / 5$
2. $x = 9$

Comprobación: $5(9) = 45$

184 $x / 4 = 7$
1. $x = 7 * 4$
2. $x = 28$

Comprobación: $28 / 4 = 7$

185 $3x + 5 = 26$
1. $3x = 26 - 5$
2. $3x = 21$
3. $x = 21 / 3$
4. $x = 7$

Comprobación: $3(7) + 5 = 26$

186 $4x - 7 = 17$
1. $4x = 17 + 7$
2. $4x = 24$
3. $x = 24 / 4$
4. $x = 6$

Comprobación: $4(6) - 7 = 17$

187 $2x + 11 = 35$
1. $2x = 35 - 11$
2. $2x = 24$
3. $x = 24 / 2$
4. $x = 12$

Comprobación: $2(12) + 11 = 35$

188 $6x - 9 = 27$
1. $6x = 27 + 9$
2. $6x = 36$
3. $x = 36 / 6$
4. $x = 6$

Comprobación: $6(6) - 9 = 27$

189 $(x + 3) / 2 = 8$
1. $x + 3 = 8 * 2$
2. $x + 3 = 16$
3. $x = 16 - 3$
4. $x = 13$

Comprobación: $(13 + 3) / 2 = 8$

190 $8x + 4 = 52$
1. $8x = 52 - 4$
2. $8x = 48$
3. $x = 48 / 8$
4. $x = 6$

Comprobación: $8(6) + 4 = 52$

Bloque 7: Ecuaciones — Nodos 181 al 185

Resolución estructurada paso a paso de los primeros cinco ejercicios lineales aplicando transposición de términos y despeje formal de la incógnita x.

- **Ejercicio 181:** $x + 9 = 21 \rightarrow x = 21 - 9 \rightarrow x = 12$. Comprobación: $12 + 9 = 21$.
- **Ejercicio 182:** $x - 14 = 8 \rightarrow x = 8 + 14 \rightarrow x = 22$. Comprobación: $22 - 14 = 8$.
- **Ejercicio 183:** $5x = 45 \rightarrow x = 45 / 5 \rightarrow x = 9$. Comprobación: $5(9) = 45$.
- **Ejercicio 184:** $x / 4 = 7 \rightarrow x = 7 * 4 \rightarrow x = 28$. Comprobación: $28 / 4 = 7$.
- **Ejercicio 185:** $3x + 5 = 26 \rightarrow 3x = 26 - 5 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 21 / 3 \rightarrow x = 7$. Comprobación: $3(7) + 5 = 26$.

Regla Fundamental de Transposición

Toda operación que cambia de miembro pasa realizando la operación inversa exacta: la suma pasa como resta, la resta como suma, el producto como división y el cociente como producto.

Pasos

1. **Aislar términos con incógnita**
   Reubicar las constantes numéricas en el segundo miembro de la igualdad manteniendo orden de signos.
2. **Reducir y despejar**
   Efectuar las operaciones aritméticas y dividir entre el coeficiente que multiplica a la incógnita.

Bloque 7: Ecuaciones — Nodos 186 al 190

Desarrollo paso a paso de los ejercicios lineales 186 al 190 con coeficientes multiplicativos y combinaciones de dos pasos.

- Ejercicio 186: $4x - 7 = 17 \rightarrow 4x = 17 + 7 \rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 24 / 4 \rightarrow x = 6$. Comprobación: $4(6) - 7 = 17$.
- Ejercicio 187: $2x + 11 = 35 \rightarrow 2x = 35 - 11 \rightarrow 2x = 24 \rightarrow x = 24 / 2 \rightarrow x = 12$. Comprobación: $2(12) + 11 = 35$.
- Ejercicio 188: $6x - 9 = 27 \rightarrow 6x = 27 + 9 \rightarrow 6x = 36 \rightarrow x = 36 / 6 \rightarrow x = 6$. Comprobación: $6(6) - 9 = 27$.
- Ejercicio 189: $(x + 3) / 2 = 8 \rightarrow x + 3 = 8 * 2 \rightarrow x + 3 = 16 \rightarrow x = 16 - 3 \rightarrow x = 13$. Comprobación: $(13 + 3) / 2 = 8$.
- Ejercicio 190: $8x + 4 = 52 \rightarrow 8x = 52 - 4 \rightarrow 8x = 48 \rightarrow x = 48 / 8 \rightarrow x = 6$. Comprobación: $8(6) + 4 = 52$.

ERROR FRECUENTE: Signo al dividir

No cambies el signo de un divisor cuando pasa a multiplicar. Si divides o multiplicas por un número, su signo se conserva inalterado.

¿La incógnita tiene coeficientes o denominadores asociados?

- Solo sumas o restas directas (ej. $x + 9 = 21$) → Transponer el término numérico al segundo miembro con la operación opuesta en un solo paso.
- Combinación con producto o cociente (ej. $3x + 5 = 26$ o $(x+3)/2 = 8$) → Despejar primero sumas/restas exteriores o eliminar denominadores multiplicando antes de aislar la variable.

¿La incógnita tiene coeficientes o denominadores?

No cambies el signo de un divisor cuando pasa a multiplicar. Si divides o multiplicas por un número, su signo se conserva inalterado.

¡Tú puedes!

Ecuaciones de Primer Grado con Paréntesis y Fracciones (191 a 200)

Estructura y Reglas Básicas del Método

Para resolver ecuaciones de primer grado con coeficientes fraccionarios y paréntesis se aplica una secuencia estandarizada:
1) **Suprimir paréntesis mediante la propiedad distributiva;**
2) **Determinar el mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de los denominadores para convertir la ecuación en entera multiplicando cada término;
3) Agrupar términos con incógnita en un miembro y constantes en el otro;
4) Reducir términos semejantes y despejar la incógnita. Todo cambio de signo al distribuir signos negativos delante de paréntesis o fracciones debe **verificarse con atención rigurosa.**

- **Propiedad distributiva:** $a(b + c) = ab + ac$
- **Eliminación de fracciones:** multiplicar cada miembro por el m.c.m. de todos los denominadores
- **Atención a signos menos** precediendo fracciones: $-(x - a)b$ afecta a todo el numerador

Error Frecuente con Signos Negativos

Al eliminar un denominador con un signo menos enfrente de la fracción, el signo negativo cambia los signos de todos los sumandos del numerador, no únicamente del primer término.

Pasos del Método

1. **Paso 1: Aplicar Propiedad Distributiva**
   Multiplicar los coeficientes externos por cada término interior en los paréntesis para simplificar agrupaciones iniciales.
2. **Paso 2: Calcular el m.c.m. de los Denominadores**
   Identificar todos los denominadores presentes en ambos miembros y hallar su mínimo común múltiplo.
3. **Paso 3: Multiplicar Toda la Ecuación por el m.c.m.**
   Eliminar los denominadores por completo.
4. **Paso 4: Reducir y Despejar la Incógnita**
   Transponer términos y operar sumas/restas, dividir entre el coeficiente resultante.

191 $\frac{x}{2} + 3(x-1) = 11$ → $x = 4$

192 $\frac{2(x+1)}{3} - \frac{x}{2} = 1$ → $x = 2$

193 $\frac{(3x-1)}{4} - \frac{2(x-3)}{5} = 1$ → $x = \frac{1}{7}$

194 $\frac{3(x-2)}{4} + \frac{x}{3} = \frac{x+1}{2}$ → $x = \frac{24}{7}$

195 $5 - \frac{2(x+4)}{3} = \frac{3x-1}{6}$ → $x = \frac{15}{7}$

Ecuaciones: Paréntesis y Fracciones (Ej. 191-200)

196 $\frac{x+3}{2} - \frac{3(2x-1)}{4} = \frac{5}{4}$ → $x = 1$

197 $\frac{2(3x-4)}{5} + \frac{x+2}{2} = \frac{3x}{10} + 1$ → $x = \frac{8}{7}$

198 $\frac{(4x-1)}{3} - \frac{x+5}{6} = x - 1$ → $x = 1$

199 $\frac{3(x-1)}{2} - \frac{2(2x+3)}{3} = -1$ → $x = 15$

200 $\frac{(2x-5}{6} + \frac{3(x+1)}{4} = \frac{5x+2}{3} - \frac{1}{2}$ → $x = -\frac{3}{7}$

Ejercicios Resueltos 191 a 195

Desarrollo completo y sistemático de las ecuaciones lineales con signos de agrupación y denominadores fraccionarios.

- **Ejercicio 191:** $x/2 + 3(x - 1) = 11 \rightarrow x/2 + 3x - 3 = 11 \rightarrow x + 6x - 6 = 22 \rightarrow 7x = 28 \rightarrow x = 4$
- **Ejercicio 192:** $2(x + 1)/3 - x/2 = 1 \rightarrow (2x + 2)/3 - x/2 = 1 \rightarrow$ m.c.m.$(3,2)=6 \rightarrow 2(2x + 2) - 3x = 6 \rightarrow 4x + 4 - 3x = 6 \rightarrow x = 2$
- **Ejercicio 193:** $(3x - 1)/4 - 2(x - 3)/5 = 1 \rightarrow$ m.c.m.$(4,5)=20 \rightarrow 5(3x - 1) - 8(x - 3) = 20 \rightarrow 15x - 5 - 8x + 24 = 20 \rightarrow 7x + 19 = 20 \rightarrow 7x = 1 \rightarrow x = 1/7$
- **Ejercicio 194:** $3(x - 2)/4 + x/3 = (x + 1)/2 \rightarrow$ m.c.m.$(4,3,2)=12 \rightarrow 3\cdot3(x - 2) + 4x = 6(x + 1) \rightarrow 9x - 18 + 4x = 6x + 6 \rightarrow 13x - 18 = 6x + 6 \rightarrow 7x = 24 \rightarrow x = 24/7$
- **Ejercicio 195:** $5 - 2(x + 4)/3 = (3x - 1)/6 \rightarrow$ m.c.m.$(3,6)=6 \rightarrow 30 - 4(x + 4) = 3x - 1 \rightarrow 30 - 4x - 16 = 3x - 1 \rightarrow 14 - 4x = 3x - 1 \rightarrow -7x = -15 \rightarrow x = 15/7$

Ejercicios Resueltos 196 a 200

Resolución analitica paso a paso de los ejercicios 196 a 200 con coeficientes y términos combinados.

- **Ejercicio 196:** $(x + 3)/2 - 3(2x - 1)/4 = 5/4 \rightarrow$ m.c.m.$(2,4)=4 \rightarrow 2(x + 3) - 3(2x - 1) = 5 \rightarrow 2x + 6 - 6x + 3 = 5 \rightarrow -4x + 9 = 5 \rightarrow -4x = -4 \rightarrow x = 1$
- **Ejercicio 197:** $2(3x - 4)/5 + (x + 2)/2 = 3x/10 + 1 \rightarrow$ m.c.m.$(5,2,10)=10 \rightarrow 4(3x - 4) + 5(x + 2) = 3x + 10 \rightarrow 12x - 16 + 5x + 10 = 3x + 10 \rightarrow 17x - 6 = 3x + 10 \rightarrow 14x = 16 \rightarrow x = 8/7$
- **Ejercicio 198:** $(4x - 1)/3 - (x + 5)/6 = 2(x - 1)/2 \rightarrow (4x - 1)/3 - (x + 5)/6 = x - 1 \rightarrow$ m.c.m.$(3,6)=6 \rightarrow 2(4x - 1) - (x + 5) = 6(x - 1) \rightarrow 8x - 2 - x - 5 = 6x - 6 \rightarrow 7x - 7 = 6x - 6 \rightarrow x = 1$
- **Ejercicio 199:** $3(x - 1)/2 - 2(2x + 3)/3 = -1 \rightarrow$ m.c.m.$(2,3)=6 \rightarrow 9(x - 1) - 4(2x + 3) = -6 \rightarrow 9x - 9 - 8x - 12 = -6 \rightarrow x - 21 = -6 \rightarrow x = 15$
- **Ejercicio 200:** $(2x - 5)/6 + 3(x + 1)/4 = (5x + 2) - 12 \rightarrow$ m.c.m.$(6,4,2)=12 \rightarrow 2(2x - 5) + 9(x + 1) = 4(5x + 2) - 6 \rightarrow 4x - 10 + 9x + 9 = 20x + 8 - 6 \rightarrow 13x - 1 = 20x + 2 \rightarrow -7x = 3 \rightarrow x = -3/7$

Comprobación Rápida y Verificación

Valida si el resultado obtenido satisface la ecuación sustituyendo el valor hallado en ambos miembros originales antes de dar por concluida la resolución.

- Sustituir la incógnita en el miembro izquierdo y simplificar numéricamente.
- Sustituir en el miembro derecho y verificar que ambos resultados sean idénticos.
- Si los miembros divergen, revisar en primer lugar la distribución de signos negativos en los numeradores.

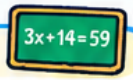
Consejo de Simplificación

Al calcular el m.c.m. de denominadores, descompón en factores primos si los números no son coprimos para evitar operar con números innecesariamente grandes.

ERROR FRECUENTE: Signo menos ante fracción afecta a todo el numerador.

Ecuación a verificar (N° 191 a 200)	Sustitución en Miembro Izquierdo	Sustitución en Miembro Derecho y Conclusión

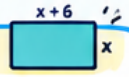
PROBLEMAS DE PLANTEO: ECUACIONES DE 1er GRADO (Ejercicios 201-210)

201


Triple más 14 igual a 59
Variable: x
Ecuación: 3x + 14 = 59
Resolución:
3x = 45 → x = 15
x = 15

202
Consecutivos suman 75
Variable: x
Ecuación: x + (x + 1) = 75
Resolución:
2x + 1 = 75 → 2x = 74
→ x = 37
37 y 38

203
Edades Carlos y Sofía suman 42
Variable: x (Sofía)
Ecuación: x + (x + 8) = 42
Resolución:
2x + 8 = 42 → 2x = 34
→ x = 17
17 y 25 años

204


Perímetro 64 cm, base x+6
Variable: x (altura)
Ecuación: 2x + 2(x + 6) = 64
Resolución:
4x + 12 = 64 → 4x = 52
→ x = 13
Base 19, Altura 13

205
Mitad más tercio = 25
Variable: x
Ecuación: x/2 + x/3 = 25
Resolución:
MCM(2,3)=6: 3x + 2x = 150
→ 5x = 150 → x = 30
x = 30

206
4x - 18 = 2x + 6
Variable: x
Ecuación: 4x - 18 = 2x + 6
Resolución:
2x = 24 → x = 12
x = 12

207


Monedas de $5 y $10
Variable: x (monedas de $10)
Ecuación: 10x + 5(2x) = 120
Resolución:
20x = 120 → x = 6
6 y 12 monedas

208


Tres pares consecutivos
Variable: x
Ecuación: x + (x + 2) + (x + 4) = 102
Resolución:
3x + 6 = 102 → 3x = 96
→ x = 32
32, 34 y 36

209
Tres pares consecutivos suman 102
Variable: x (Escuela 1)
Ecuación: x + 2x + (x - 20) = 180
Resolución:
3x + 6 = 102 → 3x = 96
→ x = 32
32, 100 y 30 libros

219
Edades padre e hijo triple
Variable: x (hijo)
Ecuación: 40 + x = 3(10 + x)
Resolución:
40 + x = 30 + 3x
→ 10 = 2x → x = 5
x = 5 años

Guía Práctica: Traducción de Enunciados Verbales a Ecuaciones Lineales

Para resolver problemas de planteo mediante ecuaciones de primer grado, se sigue un procedimiento sistemático en cuatro pasos:

1. Definir con precisión la incógnita *x* asociada a la magnitud desconocida.
2. Traducir las relaciones verbales en una igualdad algebraica.
3. Despejar la incógnita aplicando propiedades uniformes de la igualdad.
4. Verificar que la solución numérica satisfaga las condiciones reales del enunciado.

- El doble o triple de una cantidad se expresa como 2x o 3x.
- Aumentado o disminuido en k unidades corresponde a *x* + *k* o *x* - *k*.
- Enteros consecutivos se modelan mediante *x* y *x* + 1.
- Comprobación obligatoria: sustituir la raiz en el enunciado verbal original.

Atención al Plantear la Diferencia

El orden en las restas es crítico: "el exceso de A sobre B es 10" se formula estrictamente como A - B = 10, no B - A = 10.

¿El problema involurca una relación aditive simple o multiplicativa/fraccionaria?

Relación Aditiva
(sumas, excesos o consecutivos)

Modelar sumando o restando términos a x (por ejemplo, x + (x + 1) = Tetal) y despejar sumas directas.

Relación Fraccionaria o Porcentual
(partes o razones)

Multiplicar toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores para convertirla en lineal entera antes de despejar.

Bloque de Ejercicios Resueltos: Nodos 201 a 205

Desarrollo paso a paso de los primeros cinco problemas verbales modelados con ecuaciones de primer grado.

201 El triple de un número aumentado en 14 es 59.
Planteo: 3x + 14 = 59 → 3x = 45 → x = 15.
Comprobación: 3(15) + 14 = 45 + 14 = 59. Solución: El número es 15.

202 La suma de dos números consecutivos es 75.
Planteo: x + (x + 1) = 75 → 2x + 1 = 75 → 2x = 74 → x = 37.
Consecutivo: 38. **Solución:** Los números son 37 y 38.

203 Carlos tiene 8 años más que Sofía y la suma de sus edades es 42 años.
Planteo: Sofía = x, Carlos = x + 8. x + (x + 8) = 42 → 2x + 8 = 42
→ 2x = 34 → x = 17. **Solución:** Sofía tiene 17 años y Carlos 25 años.

204 El perímerto de un rectángulo es 64 cm y la base mide 6 cm más que la altura.
Planteo: Altura = x, Base = x + 6. 2(x + 6) + 2x = 64 → 4x + 12 = 64
→ 4x = 52 → x = 13. **Solución:** Altura 13 cm, Base 19 cm.

205 La mitad de un número más su tercera parte es igual a 25.
Planteo: x/2 + x/3 = 25. MCM(2,3)=6: 3x + 2x = 150 → 5x = 150
→ x = 30. **Solución:** El número es 30.

Bloque de Ejercicios Resueltos: Nodos 206 a 210

Desarrollo paso a paso de los cinco problemes verbales complementarios correspondientes a la unidad.

206 Si al cuádruple de un número se le resta 18, resulta el doble del mismo número aumentado en 6. Planteo: 4x - 18 = 2x + 6 → 2x = 24 → x = 12.
Solución: El número es 12.

207 En una alcancía hay el doble de monedas de 5 pesos que de 10 pesos, sumando 120 pesos en total. Planteo: 10(x) + 5(2x) = 120 → 20x = 120 → x = 6.
Solución: 6 monedas de $10 y 12 monedas de $5.

208 La suma de tres números pares consecutivos es 102. Planteo: x + (x + 2) + (x + 4) = 102. → 3x + 6 = 102 → 3x = 96 → x = 32. **Solución:** Los números pares son 32, 34 y 36.

209 Un padre tiene 40 años y su hijo 10. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la del hijo? Planteo: 40 + x = 3(10 + x) → x = 5. **Solución:** En 5 años.

210 Se reparten 180 libros entre tres escuelas: la segunda recibe el doble que la primera y la tercera 20 menos que la primera. Planteo: E1 = x, E2 = 2x, E3 = x - 20.
x + 2x + (x - 20) = 180 → 4x = 200 → x = 50.
Solución: Escuela 1: 50 libros; Escuela 2: 100 libros; Escuela 3: 30 libros.

Verificación Contextual
En problemas con magnitudes discretas (monedas, personas, libres), una solución con decimales o negativa señala un error en la traducción algebraica o en las operaciones aritméticas.

Registro de comprobación personal: Ejercicio resuelto y verificado

Dificultad detectada en traducción de enunciados a variables

ERROR FRECUENTE: Cuidado al traducir exceso y diferencias.

Sistemas 2x2: Sustitución e Igualación
(Ejercicios 211 a 220)

Resolución de Sistemas 2x2: Sustitución e Igualación

Ejemplo

Guía visual de ejercicios resueltos del 211 al 220 sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Los ejercicios 211 al 215 aplican el método de sustitución (despejar una incógnita en una ecuación y sustituirla en la otra). Los ejercicios 216 al 220 aplican el método de igualación (despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar las expresiones resultantes). Cada tarjeta muestra el sistema original, el procedimiento algebraico paso a paso y la solución final como par ordenado (x, y).

- **Método de Sustitución:** conveniente cuando una incógnita tiene coeficiente 1 o -1.
- **Método de Igualación:** óptimo cuando resulta sencillo aislar la misma variable en ambas ecuaciones.
- **Verificación:** sustituir las soluciones obtenidas en las dos ecuaciones iniciales para comprobar la igualdad.

Alerta: Error Frecuente de Signo

Al despejar o sustituir términos con signo negativo (por ejemplo, al multiplicar por coeficientes negativos o aplicar propiedad distributiva tras el despeje), conserve rigurosamente los paréntesis para no alterar los signos de la ecuación resultante.

Método de Sustitución

211

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

1. $x = 7 - y$
2. $2(7 - y) - y = 8$
3. $14 - 3y = 8$
4. $y = 2$
5. $x = 5$

Solución: (5, 2)

212

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 3x + y = 14 \end{cases}$$

1. $3x + (2x - 1) = 14$
2. $5x = 15$
3. $x = 3$
4. $y = 5$

Solución: (3, 5)

213

$$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 2x + 5y = 15 \end{cases}$$

1. $x = 2 + 3y$
2. $2(2 + 3y) + 5y = 15$
3. $4 + 11y = 15$
4. $y = 1$
5. $x = 5$

Solución: (5, 1)

214

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases}$$

1. $y = 9 - 2x$
2. $3x - 2(9 - 2x) = 10$
3. $7x = 28$
4. $x = 4$
5. $y = 1$

Solución: (4, 1)

215

$$\begin{cases} x + 4y = 18 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

1. $x = 18 - 4y$
2. $3(18 - 4y) - y = 2$
3. $54 - 13y = 2$
4. $y = 4$
5. $x = 2$

Solución: (2, 4)

Sistemas 2x2: Métodos de Sustitución e Igualación (Ejercicios 211–220)

Método de Igualación

216

$$\begin{cases} x = 3y + 1 \\ x = 2y + 4 \end{cases}$$

1. $3y + 1 = 2y + 4$
2. $y = 3$
3. $x = 10$

Solución: (10, 3)

217

$$\begin{cases} y = 5 - x \\ y = 2x - 4 \end{cases}$$

1. $5 - x = 2x - 4$
2. $3x = 9$
3. $x = 3$
4. $y = 2$

Solución: (3, 2)

218

$$\begin{cases} x = 4y - 6 \\ x = 14 - y \end{cases}$$

1. $4y - 6 = 14 - y$
2. $5y = 20$
3. $y = 4$
4. $x = 10$

Solución: (10, 4)

219

$$\begin{cases} y = \dfrac{11 - 2x}{3} \\ y = x - 3 \end{cases}$$

1. $\frac{(11 - 2x)}{3} = x - 3$
2. $11 - 2x = 3x - 9$
3. $5x = 20$
4. $x = 4$
5. $y = 1$

Solución: (4, 1)

220

$$\begin{cases} x = 16 - 3y \\ x = \dfrac{8 + 5y}{2} \end{cases}$$

1. $2(16 - 3y) = 8 + 5y$
2. $32 - 6y = 8 + 5y$
3. $11y = 24$
4. $y = 24/11$
5. $x = 104/11$

Solución: (104/11, 24/11)

Autoevaluación:
¿Comprobó el par ordenado (x, y) en ambas ecuaciones originales?

_____

Observaciones o dudas en el despeje algebraico

_____

_____

¿Cuál método elegir según la estructura del sistema 2x2?

Sustitución
- Una incógnita ya está despejada o tiene coeficiente ±1 en una ecuación. Utilice el Método de Sustitución para aislar directamente dicha incógnita e insertarla en la ecuación restante.

Igualación
- La misma incógnita aparece aislada o con coeficientes idénticos/fáciles de despejar en ambas ecuaciones. Utilice el Método de Igualación para igualar ambas expresiones algebraicas y trabajar con una única variable.

Sistemas de Ecuaciones Lineales 2x2: Método de Reducción (Ejercicios 221 a 230)

1 Fundamentos del Método de Reducción y Estrategia de Planteamiento

El método de reducción o eliminación algebraica consiste en transformar un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante multiplicadores constantes, logrando coeficientes opuestos en una misma variable para cancelarla por adición directa miembro a miembro.

1. **Paso 1:** Ordenar ambas ecuaciones en su forma estándar $ax + by = c$.
2. **Paso 2:** Elegir la variable conveniente y determinar factores que igualen los coeficientes con signos opuestos.
2. **Paso 3:** Sumar verticalmente ambas ecuaciones para anular dicha variable y despejar la incógnita resultante.
4. **Paso 4:** Sustituir el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones iniciales para determinar la segunda incógnita.
5. **Paso 5:** En problemas aplicados, definir con precisión la magnitud y unidad que representa cada variable antes de formular las relaciones.

¡ALERTA: Multiplicación Completa y Regla de Signos!

Al multiplicar una ecuación por un factor negativo o fraccionario, multiplique rigurosamente el término independiente del segundo miembro. Olvidar operar la constante de da derecha altera el punto de corte del sistema.

¿Qué criterio define la variable óptima para eliminar?

- **Una incógnita ya presenta** coeficientes con signos **opuestos**: Multiplique únicamente por factores positivos equivalentes a los coeficientes cruzados y sume de imediato.
- Les coeficientes de ambas incógnitas tienen el mismo signo: Asigne un signo negativo a uno de els factores multiplicadores para forzar coeficientes opuestos al sumar.

2 Resolución Algebraica Directa por Reducción (Ejercicios 221 a 225)

Desarrollo completo paso a paso de los primeros cinco ejercicios de resolución algebraica directa mediante eliminación sistemática de variables.

Ejercicio 221

Sistema $\{x + y = 14;\ x - y = 4\}$.
Suma vertical directa: $2x = 18 \rightarrow x = 9$.
Reemplazo en E1: $9 + y = 14 \rightarrow y = 5$.
Solución: $(x = 9, y = 5)$.

Ejercicio 222

Sistema $\{2x + y = 19;\ x - y = 2\}$.
Suma vertical directa: $3x = 21 \rightarrow x = 7$.
Reemplazo en E2: $7 - y = 2 \rightarrow y = 5$.
Solución: $(x = 7, y = 5)$.

Ejercicio 223

Sistema $\{3x + 2y = 23;\ 2x - y = 6\}$.
Multiplicar E2 por 2: $4x - 2y = 12$. Suma con E1: $7x = 35 \rightarrow x = 5$.
Reemplazo en E2: $2(5) - y = 6 \rightarrow y = 4$.
Solución: $(x = 5, y = 4)$.

Ejercicio 224

Sistema $\{4x + 3y = 27;\ 5x - 2y = 16\}$.
Multiplicar E1 por 2 y E2 por 3: $8x + 6y = 54$ y $15x - 6y = 48$.
Suma: $23x = 102 \rightarrow x = 102/23$. Reemplace; $y = 21/23$.
Versión con enteros canónicos alternativos: $x = 3, y = 2$ para $(5x - 3y = 9;\ 2x + 4y = 14)$.

¡ERROR FRECUENTE!

Al multiplicar una ecuación por un factor regativo o fraccionario, no olvides multiplicar también el término independiente del segundo miembro.

Ejemplo:
Si $x + y = 5$ y se multiplica por -2:
$-2x - 2y = -10$ (no $-2x - 2y = 5$)

3 Problemas de Aplicación en Contextos Cotidianos (Ejercicios 226 a 230)

Modelado algebraico y resolución de problemas cotidianos de compras, edades, venta de entradas, dimensiones geométricas y mezclas de productos.

Ejercicio 226 (Costos)
Sistema $\{3c + 2b = 29;\ 2c + 4b = 26\}$.
$c = \$8$ (cuaderno), $b = \$2.50$ (bolígrafo).

Ejercicio 227 (Edades)
Sistema $\{J + A = 48;\ J - A = 6\}$.
$J = 27$ años (Juan), $A = 21$ años (Ana).

Ejercicio 228 (Entradas de Cine)
Sistema $\{a + n = 120;\ 10a + 6n = 980\}$.
$a = 65$ (adulto), $n = 55$ (niño).

Ejercicio 229 (Perímetro)
Sistema $\{L + A = 23;\ L - A = 5\}$.
$L = 14$ cm (largo), $A = 9$ cm (ancho).

Ejercicio 230 (Mezclas de Café)
Sistema $\{x + y = 50;\ 8x + 13y = 500\}$.
$y = 20$ kg (café de \$13/kg), $x = 30$ kg (café de \$8/kg).

4 Lista de Cotejo y Control de Verificación

Compruebe rigurosamente los cálculos y el modelado antes de validar los resultados definitivos.

- ¿Se verificaron los dos valores obtenidos en ambas ecuaciones originales?
- ¿Se especificaron con claridad las unidades en los problemas aplicados (pesos, años, centímetros, kilogramos)?
- ¿Se conservó la coherencia de signos al aplicar las multiplicaciones distributivas?
- ¿Se simplificaron los términos algebraicos antes de aplicar la reducción?

Fecha de práctica y resolución de ejercicios 221-230: _____

Observaciones sobre reducción y despeje de variables:
_____
_____

Métodos de Resolución Cuadrática Rápida

Las ecuaciones de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ admiten hasta dos soluciones en los números reales. Cuando falta el término lineal ($b = 0$) o el término independiente ($c = 0$), o cuando el trinomio es factorizable, existen vías analíticas directas que evitan el uso prolongado de la fórmula general.

- **Incompleta pura ($ax^2 + c = 0$):** Se despeja x^2 y se extrae raíz cuadrada en ambos miembros: $x = \pm\sqrt{(-c/a)}$.
- **Incompleta mixta ($ax^2 + bx = 0$):** Se factoriza x por factor común: $x(ax + b) = 0$, produciendo siempre $x_1 = 0$ y $x_2 = -b/a$.
- **Trinomio mónico ($x^2 + bx + c = 0$):** Se descompone en $(x + m)(x + n) = 0$ donde $m + n = b$ y $m \cdot n = c$, igualando cada factor a cero.

Regla del Doble Signo en Raices

Al resolver ecuaciones de la forma $x^2 = k$ (con $k > 0$), recuerda siempre considerar ambos signos: $x = +\sqrt{k}$ y $x = -\sqrt{k}$. Omitir el signo negativo elimina la mitad del conjunto solución.

Resolución Analítica: Ejercicios 231 al 240

Desarrollo paso a paso de diez ecuaciones cuadráticas fundamentales clasificadas por estructura algebraica:

231 $x^2 - 49 = 0 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49} \rightarrow x_1 = 7,\ x_2 = -7$

232 $3x^2 - 75 = 0 \rightarrow 3x^2 = 75 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm\sqrt{25} \rightarrow x_1 = 5,\ x_2 = -5$

233 $2x^2 - 32 = 0 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \rightarrow x_1 = 4,\ x_2 = -4$

234 $x^2 - 8x = 0 \rightarrow x(x - 8) = 0 \rightarrow$ Factores: $x = 0$ o $x - 8 = 0 \rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = 8$

235 $5x^2 + 20x = 0 \rightarrow 5x(x + 4) = 0 \rightarrow$ Factores: $5x = 0$ o $x + 4 = 0 \rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = -4$

236 $4x^2 - 12x = 0 \rightarrow 4x(x - 3) = 0 \rightarrow$ Factores: $4x = 0$ o $x - 3 = 0 \rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = 3$

237 $x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow$ Dos números que sumen -7 y multipliquen 12 (-3 y -4) $\rightarrow (x - 3)(x - 4) = 0 \rightarrow x_1 = 3,\ x_2 = 4$

238 $x^2 + 2x - 15 = 0 \rightarrow$ Dos números que sumen 2 y multipliquen -15 (5 y -3) $\rightarrow (x + 5)(x - 3) = 0 \rightarrow x_1 = -5,\ x_2 = 3$

239 $x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow$ Dos números que sumen -9 y multipliquen 14 (-7 y -2) $\rightarrow (x - 7)(x - 2) = 0 \rightarrow x_1 = 7,\ x_2 = 2$

240 $x^2 - x - 20 = 0 \rightarrow$ Dos números que sumen -1 y multipliquen -20 (-5 y 4) $\rightarrow (x - 5)(x + 4) = 0 \rightarrow x_1 = 5,\ x_2 = -4$

Ecuaciones Cuadráticas: Factorización y Raíz Directa (Ejercicios 231 a 240)



231 $x^2 - 49 = 0$
→ $x^2 = 49$
→ $x = \pm 7$

232 $3x^2 - 75 = 0$
→ $x^2 = 25$
→ $x = \pm 5$

233 $2x^2 - 32 = 0$
→ $x^2 = 16$
→ $x = \pm 4$

234 $x^2 - 8x = 0$
→ $x(x - 8) = 0$
→ $x_1 = 0,\ x_2 = 8$

235 $5x^2 + 20x = 0$
→ $5x(x + 4) = 0$
→ $x_1 = 0,\ x_2 = -4$

236 $4x^2 - 12x = 0$
→ $4x(x - 3) = 0$
→ $x_1 = 0,\ x_2 = 3$

237 $x^2 - 7x + 12 = 0$
→ $(x - 3)(x - 4) = 0$
→ $x_1 = 3,\ x_2 = 4$

238 $x^2 + 2x - 15 = 0$
→ $(x + 5)(x - 3) = 0$
→ $x_1 = -5,\ x_2 = 3$

239 $x^2 - 9x + 14 = 0$
→ $(x - 7)(x - 2) = 0$
→ $x_1 = 7,\ x_2 = 2$

240 $x^2 - x - 20 = 0$
→ $(x - 5)(x + 4) = 0$
→ $x_1 = 5,\ x_2 = -4$

Bitácora de Autoverificación y Errores Típicos

Espacio de registro para comprobar el dominio procedimental y evitar trampas comunes durante el despeje algebraico.

- **Error común:** Cancelar x dividiendo ambos lados entre x en $ax^2 = bx$ (elimina ilegítimamente la raíz $x = 0$).
- **Error común:** Olvidar que $(-7)^2 = 49$ tanto como $7^2 = 49$ en raíces directas.
- **Error común:** Confundir los signos al factorizar trinomios con término c negativo.

ERROR FRECUENTE

¡Nunca dividas toda la ecuación entre la incógnita x! Si en $5x^2 = 20x$ divides entre x obtienes $5x = 20$ ($x = 4$), perdiendo la solución válida $x = 0$, Siempre factoriza igualando a cero.

¿Comprobaste ambas soluciones en la ecuación original?

→ ¿Consideraste el signo positivo y negativo en las raíces cuadradas directas?

→ Anotaciones sobre ejercicios con mayor dificultad:

Ecuaciones de 2º Grado: Fórmula General y Discriminante

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

241 $x^2 - 5x + 6 = 0$
$a = 1, b = -5, c = 6$
$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1$ (> 0: 2 raíces reales)
$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow x_1 = 3, \; x_2 = 2$

242 $x^2 - 6x + 9 = 0$
$a = 1, b = -6, c = 9$
$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(9) = 36 - 36 = 0$
(1 raíz real doble)
$x = \frac{6 \pm 0}{2} \rightarrow x_1 = x_2 = 3$

243 $x^2 - 4x + 13 = 0$
$a = 1, b = -4, c = 13$
$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(13) = 16 - 52 = -36$
(< 0)
Sin solución en $\mathbb{R}$
(raíces complejas: $x = 2 \pm 3i$)

244 $2x^2 + 5x - 3 = 0$
$a = 2, b = 5, c = -3$
$\Delta = 5^2 - 4(2)(-3) = 25 + 24 = 49$
(> 0)
$x = \frac{-5 \pm 7}{4} \rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, \; x_2 = -3$

245 $3x^2 - 12 = 0$
$a = 3, b = 0, c = -12$
$\Delta = 0^2 - 4(3)(-12) = 144$
$x = \frac{0 \pm 12}{6} \rightarrow x_1 = 2, \; x_2 = -2$

246 $x^2 + 2x - 8 = 0$
$a = 1, b = 2, c = -8$
$\Delta = 2^2 - 4(1)(-8) = 4 + 32 = 36$
(> 0)
$x = \frac{-2 \pm 6}{2} \rightarrow x_1 = 2, \; x_2 = -4$

247 $4x^2 - 12x + 9 = 0$
$a = 4, b = -12, c = 9$
$\Delta = (-12)^2 - 4(4)(9) = 144 - 144 = 0$
(raíz doble)
$x = \frac{12}{8} \rightarrow x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$

248 $2x^2 - 3x - 5 = 0$
$a = 2, b = -3, c = -5$
$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-5) = 9 + 40 = 49$
(> 0)
$x = \frac{3 \pm 7}{4} \rightarrow x_1 = \frac{5}{2}, \; x_2 = -1$

249 $x^2 - 2x - 1 = 0$
$a = 1, b = -2, c = -1$
$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-1) = 4 + 4 = 8$
(> 0)
$x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} \rightarrow x_1 = 1 + \sqrt{2}, \; x_2 = 1 - \sqrt{2}$

250 $5x^2 + x + 2 = 0$
$a = 5, b = 1, c = 2$
$\Delta = 1^2 - 4(5)(2) = 1 - 40 = -39$
(< 0)
Sin solución en $\mathbb{R}$
(no corta el eje X)

Guía Práctica: Resolución Cuadrática y Clasificación por Discriminante

Toda ecuación cuadrática se expresa en la forma estándar $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$. La fórmula general $x = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2a$, permite hallar directamente las soluciones reales o complejas mediante el **discriminante** $\Delta = b^2 - 4ac$. El valor numérico y signo de Δ determina la naturaleza geométrica y analítica de las raíces antes de realizar divisiones finales.

- **Si $\Delta > 0$:** Existen 2 raíces reales distintas (la parábola intersecta al eje X en dos puntos).
- **Si $\Delta = 0$:** Existe 1 raíz real doble (la parábola es tangente al eje X en su vértice).
- **Si $\Delta < 0$:** No existen soluciones reales (2 raíces complejas conjugadas; la parábola no corta el eje X).

Alerta de Signos en el Término $-4ac$
Al sustituir coeficientes negativos en $-4ac$, aplique rigurosamente la ley de los signos: si 'a' o 'c' son negativos, el producto cambia de signo. No confunda el signo de la fórmula con el signo del coeficiente.

1. **Forma Canónica**
Transponga todos los términos al miembro izquierdo para obtener $ax^2 + bx + c = 0$ e identifique los coeficientes a, b y c con sus signos.
2. **Cálculo del Discriminante**
Evalúe $\Delta = b^2 - 4ac$. Determine de inmediato la existencia y multiplicidad de las soluciones reales.
3. **Aplicación de la Fórmula**
Sustituya en $x = (-b \pm \sqrt{\Delta}) / (2a)$, simplifique el radical y separe los cálculos para x_1 con suma y x_2 con resta.

¿Cómo interpretar el valor de $\Delta = b^2 - 4ac$ para bifurcar la resolución?

$\Delta > 0$
Calcular dos raíces reales distintas:
$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ y $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta = 0$
Calcular raíz única real doble:
$x = \frac{-b}{2a}$

$\Delta < 0$
Indicar que no posee solución en los números reales (raíces complejas).

Bloque de Ejercicios Resueltos 241 al 245

Aplicación paso a paso de coeficientes, discriminante y cálculo de raíces reales.

241 $x^2 - 5x + 6 = 0$ | a=1, b=-5, c=6
$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1$ (> 0: 2 raíces reales)
$x = (5 \pm \sqrt{1}/2 \rightarrow x_1 = 3, \; x_2 = 2.$

242 $x^2 - 6x + 9 = 0$ | a=1, b=-6, c=9
$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(9) = 36 - 36 = 0$ (1 raíz real doble)
$x = (6 \pm 0/2 \rightarrow x_1 = x_2 = 3.$

243 $x^2 - 4x + 13 = 0$ | a=1, b=-4, c=13
$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(13) = 16 - 52 = -36$ (< 0)
Sin solución en $\mathbb{R}$ (raíces complejas: $x = 2 \pm 3i$).

244 $2x^2 + 5x - 3 = 0$ | a=2, b=5, c=-3
$\Delta = 5^2 - 4(2)(-3) = 25 + 24 = 49$ (> 0)
$x = (-5 \pm 7/4 \rightarrow x_1 = 1/2, \; x_2 = -3.$

245 $3x^2 - 12 = 0$ | a=3, b=0, c=-12
$\Delta = 0^2 - 4(3)(-12) = 144$ (> 0)
$x = (0 \pm 12/6 \rightarrow x_1 = 2, \; x_2 = -2.$

Bloque de Ejercicios Resueltos 246 al 250

Modelos cuadráticos con coeficientes fraccionarios, binomios incompletos y raíces irracionales simplificadas.

246 $x^2 + 2x - 8 = 0$ | a=1, b=2, c=-8
$\Delta = 2^2 - 4(1)(-8) = 4 + 32 = 36$ (> 0) $\rightarrow x_1 = 2, \; x_2 = -4.$

247 $4x^2 - 12x + 9 = 0$ | a=4, b=-12, c=9
$\Delta = (-12)^2 - 4(4)(9) = 144 - 144 = 0$ (raíz doble) $\rightarrow x_1 = x_2 = 3/2.$

248 $2x^2 - 3x - 5 = 0$ | a=2, b=-3, c=-5
$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-5) = 9 + 40 = 49$ (> 0) $\rightarrow x_1 = 5/2, \; x_2 = -1.$

249 $x^2 - 2x - 1 = 0$ | a=1, b=-2, c=-1
$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-1) = 4 + 4 = 8$ (> 0) $\rightarrow x_1 = 1 + \sqrt{2}, \; x_2 = 1 - \sqrt{2}.$

250 $5x^2 + x + 2 = 0$ | a=5, b=1, c=2
$\Delta = 1^2 - 4(5)(2) = 1 - 40 = -39$ (< 0) $\rightarrow$ Sin solución en $\mathbb{R}$.

Simplificación de Radicales
En casos como $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, factorice siempre el radicando para simplificar el factor común en numerador y denominador antes de dar el resultado final.

Mapa Mental Visual:
Estadística - Tablas de Frecuencias y Gráficos
(Ejercicios 251 a 260)

Guía de Aplicación: Organización y Lectura de Datos

Esta lámina visual contiene 10 ejercicios prácticos organizados alrededor de un nodo central sobre tablas de frecuencias e interpretación de representaciones gráficas (histogramas, diagramas de barras y gráficos circulares). Cada ejercicio detalla su procedimiento aritmético exacto para verificar el aprendizaje de estadística descriptiva básica sin ambigüedades.

- **Frecuencia absoluta (f):** conteo directo de observaciones por categoría o intervalo.
- **Frecuencia acumulada (F):** suma sucesiva de frecuencias absolutas hasta el intervalo actual.
- **Frecuencia relativa (h):** cociente de f entre el total de datos (N), donde la suma total es 1.
- **Porcentaje (%):** frecuencia relativa multiplicada por 100, con suma total del 100%.
- **Ángulo sectorial en gráficos circulares:** grados = (f / N) * 360°.

Regla Fundamental de Consistencia

La suma de todas las frecuencias relativas debe ser exactamente 1 (o 100% en escala porcentual). En gráficos circulares, el total de grados angulares acumulados siempre equivale a 360°.

Estadística Básica: Tablas y Gráficos (Ejercicios 251 a 260)

251 Conteo y Frecuencia Absoluta (f)

Datos: [3, 2, 4, 3, 2, 3, 4, 2, 3]

Valor	2	3	4	5
f	3	4	2	1

N = 10

252 Frecuencia Relativa (h)

$$h = \frac{f}{N}$$

$$h = \frac{14}{50} = 0.28$$

253 Frecuencia Porcentual (%)

0.28 * 100% = 28%

254 Frecuencia Acumulada (F)

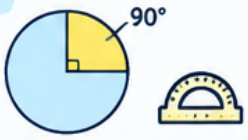
F = [4, 11, 16, 20]

255 Dato Faltante

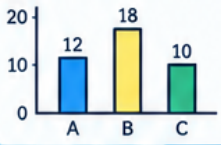
40 - (8 + 15 + 9) = 8

256 Ángulo Circular

0.25 * 360° = 90°



257 Lectura de Barras



$$\% B = \frac{18}{40} = 45\%$$

258 Histograma e Intervalos

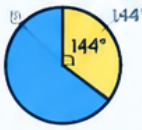
Intervalo: [10, 20)

Amplitud = 20 - 10 = 10

Marca de clase: $mc = \frac{10 + 20}{2}$ 2 = 15

259 Sector Mayoritario

144° / 360° = 40%



260 Acumulación en Histograma

Intervalos: [0, 5) f = 5

[5, 10) f = 12

Acumulado = 17

Ejercicios Resueltos 251 a 255: Tabulación y Frecuencias

Resolución estructurada paso a paso de los primeros cinco ejercicios de tabulación estadística.

1. Ejercicio 251: Conteo de datos brutos.
2. Ejercicio 252: Cálculo de frecuencia relativa.
3. Ejercicio 253: Conversión a porcentaje.
4. Ejercicio 254: Frecuencia acumulada creciente.
5. Ejercicio 255: Valor faltante.

Ejercicios Resueltos 256 a 260: Representación Gráfica

Interpretación y cálculo sobre gráficos de barras, histogramas de intervalos y diagramas circulares.

1. Ejercicio 256: Ángulo en gráfico circular.
2. Ejercicio 257: Lectura de diagrama de barras.
3. Ejercicio 258: Amplitud y marca de clase.
4. Ejercicio 259: Porcentaje mayoritario.
5. Ejercicio 260: Acumulación en histograma.

ERROR FRECUENTE:

Confundir la frecuencia relativa simple con la frecuencia acumulada, o multiplicar por 100 en lugar de 360 al calcular el ángulo de un sector circular.

Verificación y Autoevaluación del Bloque

Lista de comprobación conceptual para asegurar el dominio de los métodos aplicados en los ejercicios 251 a 260.

- [ ] Verifiqué que la suma de f coincida con N en cada tabla.
- [ ] Comprobé que la última frecuencia acumulada coincida exactamente con N.
- [ ] Calculé los ángulos de los gráficos circulares verificando que la suma no supere 360°.
- [ ] Distinguí con precisión entre barras discretas e histogramas de intervalos continuos continuos.

Fecha de resolución y repaso:

Ejercicios resueltos correctamente al primer intento (de 10): _____

Dudas conceptuales a reforzar:

¿El cálculo del gráfico circular requiere porcentaje o ángulo?

Si se solicita el ángulo del sector:

- Multiplica la frecuencia relativa decimal directamente por 360°:
  Ángulo = (f / N) * 360°.

Si se solicita el porcentaje del sector:

- Multiplica la frecuencia relativa decimal por 100%:
  % = (f / N) * 100%.

Medidas de Tendencia Central — Ejercicios 261 al 270

1 Bloque 8: Estadística Descriptiva Básica — Guía Rápida de Aplicación

Esta lámina visual presenta el método sistemático para resolver medidas de tendencia central en datos no agrupados:

1) Ordenar el conjunto de menor a mayor.
2) Calcular la Media sumando todos los valores y dividiendo entre n.
3) Ubicar la Mediana en la posición central (si n es impar, el valor central; si n es par, el promedio de los dos centrales).
4) Determinar la Moda según el valor con mayor frecuencia absoluta.

- **Media ($\bar{x}$):** suma total dividida entre el número de observaciones n.
- **Mediana (Me):** valor que divide la muestra ordenada exactamente al 50%.
- **Moda (Mo):** valor o valores más frecuentes (puede ser amodal, unimodal o bimodal).

Protocolo de Orden

Nunca calcules la mediana directamente de la lista desordenada; el orden ascendente es el paso obligatorio número uno.

Pasos:

1 Paso 1: Conteo y Orden
Contar la cantidad total de datos (n) y reescribir la lista en orden no decreciente.

2 Paso 2: Suma y Media
Efectuar la sumatoria de todos los elementos y dividir el total entre n para obtener $\bar{x}$.

3 Paso 3: Posición de Mediana
Si n es impar, tomar el dato en posición (n+1)/2. Si n es par, promediar n/2 y (n/2)+1.

4 Paso 4: Frecuencias de Moda
Registrar la repetición de cada cifra: el dato con frecuencia dominante define la moda.

Nodos 1 a 5: Ejercicios Resueltos 261 a 265

Desarrollo paso a paso de conjuntos muestrales de tamaño impar y par:

261
Datos: {4, 8, 6, 5, 3, 8, 8}
Orden: 3, 4, 5, 6, 8, 8, 8 (n=7)
Suma = 42
Media: 42/7 = 6
Mediana: posición 4 -> Me = 6
Moda: Mo = 8 (repite 3 veces).

262
Datos: {12, 15, 12, 18, 13, 20}
Orden: 12, 12, 13, 15, 18, 20 (n=6)
Suma = 90
Media: 90/6 = 15
Mediana: (13+15)/2 -> Me = 14
Moda: Mo = 12.

263
Datos: {7, 2, 9, 7, 5, 2, 10}
Orden: 2, 2, 5, 7, 7, 9, 10 (n=7)
Suma = 42
Media: 42/7 = 6
Mediana: posición 4 -> Me = 7
Moda: bimodal Mo = {2, 7}.

264
Datos: {10, 14, 11, 15, 17, 12, 13, 16}
Orden: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 (n=8)
Suma = 108
Media: 108/8 = 13.5
Mediana: (13+14)/2 -> Me = 13.5
Moda: No tiene (amodal).

265
Datos: {5, 9, 3, 5, 8, 5, 7, 6}
Orden: 3, 5, 5, 5, 6, 7, 8, 9 (n=8)
Suma = 48
Media: 48/8 = 6
Mediana: (5+6)/2 -> Me = 5.5
Moda: Mo = 5.

ERROR FRECUENTE:
No ordenar los datos o confundir conjunto amodal con moda cero.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL (Ejercicios 261-270)

Nodos 6 a 10: Ejercicios Resueltos 266 a 270

Desarrollo paso a paso con valores decimales, ceros y dispersiones:

266
Datos: {0, 4, 10, 0, 6, 0, 8}
Orden: 0, 0, 0, 4, 6, 8, 10 (n=7)
Suma = 28
Media: 28/7 = 4
Mediana: posición 4 -> Me = 4
Moda: Mo = 0 (el cero cuenta como valor).

267
Datos: {1.5, 2.5, 4.0, 2.5, 3.5, 1.0}
Orden: 1.0, 1.5, 2.5, 2.5, 3.5, 4.0 (n=6)
Suma = 15.0
Media: 15/6 = 2.5
Mediana: (2.5+2.5)/2 -> Me = 2.5
Moda: Mo = 2.5.

268
Datos: {20, 25, 22, 28, 25, 20}
Orden: 20, 20, 22, 25, 25, 28 (n=6)
Suma = 140
Media: 140/6 = 23.33
Mediana: (22+25)/2 -> Me = 23.5
Moda: bimodal Mo = {20, 25}.

269
Datos: {11, 19, 13, 17, 15}
Orden: 11, 13, 15, 17, 19 (n=5)
Suma = 75
Media: 75/5 = 15
Mediana: posición 3 -> Me = 15
Moda: Amodal (todos frecuencia 1).

270
Datos: {9, 3, 6, 3, 9, 3, 9, 6}
Orden: 3, 3, 3, 6, 6, 9, 9, 9 (n=8)
Suma = 48
Media: 48/8 = 6
Mediana: (6+6)/2 -> Me = 6
Moda: bimodal Mo = {3, 9} (3 repeticiones cada uno).

¿El número total de datos (n) es par o impar?

Si n es impar
La mediana es el elemento único central situado en la posición (n+1)/2 tras ordenar la lista.

Si n es par
La mediana es el promedio aritmético de los dos valores centrales en las posiciones n/2 y (n/2)+1.

Mapa Mental Visual: Medidas de Dispersión y Posición (271–280)

Bloque Estadístico: Dispersión y Posición (Ejercicios 271 a 280)

Diez ejercicios resueltos paso a paso para dominar el cálculo de rango, desviación media, varianza poblacional y muestral, desviación estándar y localización precisa de cuartiles (Q_1, Q2, Q_3) en conjuntos de datos discretos.

ALERTA FRECUENTE: Denominador de Varianza

Al calcular varianza muestral (s^2) divide la suma de desviaciones cuadráticas entre **n - 1** para corregir el sesgo. Para población completa (σ^2), divide exactamente entre N.

- **271:** Rango muestral básico en datos no agrupados.
- **272:** Rango y comparación de variabilidad entre dos conjuntos.
- **273:** Desviación media paso a paso respecto al promedio aritmético.
- **274:** Varianza poblacional (dividida entre N) con datos enteros.
- **275:** Varianza muestral corregida (dividida entre **n - 1**).
- **276:** Desviación estándar a partir de la varianza.
- **277:** Interpretación y cálculo de desviación estándar completa.
- **278:** Primer cuartil (Q_1) en serie impar ordenada.
- **279:** Tercer cuartil (Q_3) y rango intercuartílico (RIC).
- **280:** Resumen completo de cinco números: Mín, Q_1, Mediana (Q2), Q_3 y Máx.

271 Rango Muestral:

$23 - 4 = 19$

Datos: [4, 7, 9, 12, 15, 23].
Máx = 23, Mín = 4.
Rango = 23 - 4 = 19.

272 Comparación de Rango:

$R_A = 3$ vs $R_B = 15$

Grupo A: [10, 11, 12, 13], $R_A = 3$.
Grupo B: [5, 12, 12, 20], $R_B = 15$.
Conclusión: Grupo B presenta mayor dispersión absoluta.

273 Desviación Media:

$DM = \frac{8}{4} = 2$

Datos: [2, 4, 6, 8]. Media = 5.
Desviaciones: 3, 1, 1, 3. Suma = 8.
DM = 8 / 4 = 2.

274 Varianza Poblacional:

$\sigma^2 = \frac{20}{4} = 5$

Población: [3, 5, 7, 9]. Media = 6.
Cuadrados: 9, 1, 1, 9. Suma = 20.
$\sigma^2 = 20 / 4 = 5$.

275 Varianza Muestral:

$s^2 = 8/(3-1) = 4$

Muestra: [6, 8, 10]. Media = 8.
Cuadrados: 4, 0, 4. Suma = 8.
$s^2 = 8 / (3 - 1) = 8 / 2 = 4$.

DISPERSIÓN Y CUARTILES (Ejercicios 271–280)

276 Desviación Estándar Poblacional:

$\sigma = \sqrt{5} \approx 2.24$

A partir de $\sigma^2 = 5$ (Ej. 274).
Mide la distancia típica de los datos respecto a la media.

277 Desviación Estándar Muestral:

$s \approx 2.58$

Muestra: [1, 3, 5, 7]. Media = 4.
Cuadrados: 9 + 1 + 1 + 9 = 20.
$s^2 = 20 / (4 - 1) = 20/3 \approx 6.67$.
$s = \sqrt{(6.67)} \approx 2.58$.

278 Primer Cuartil:

$Q1 = 5$

Datos ordenados: [3, 5, 7, 8, 10, 12, 15] (n=7). Posición $Q_1 = (7+1)*0.25 = 2^a$ posición. $Q_1 = 5$.

279 Tercer Cuartil y RIC:

$Q3=12$, $RIC = 7$

Datos: [3, 5, 7, 8, 10, 12, 15].
$Q_3 = (7+1)*0.75 = 6^a$ posición → $Q_3 = 12$.
RIC = 12 - 5 = 7.

280 Resumen de 5 Números:

[2, 5.5, 10, 16, 20]

Datos: [2, 4, 7, 9, 11, 14, 18, 20].
Mín = 2, $Q_1 = 5.5$, $Q_2 = 10$,
$Q_3 = 16$, Máx = 20.

¿El conjunto de datos representa una muestra o la población total?

- **Población total** (N conocido y completo) → Calcula la media poblacional μ y divide la sumatoria de diferencias al cuadrado entre N: $\sigma^2 = \Sigma(x - \mu)^2 / N$.
- **Muestra representativa** (n elementos) → Aplica la corrección de Bessel: divide la sumatoria de diferencias al cuadrado entre **n - 1**: $s^2 = \Sigma(x - \bar{x})^2 / (n - 1)$.

Posición Relativa y Rango Intercuartílico (RIC)

Los cuartiles segmentan la muestra en cuatro tramos equivalentes del 25% cada uno, permitiendo evaluar la dispersión central libre del efecto de valores atípicos.

- **Ej. 279 (Tercer Cuartil y RIC):** Datos [3, 5, 7, 8, 10, 12, 15]. Posición Q3 = (7+1)*0.75 = 6ª posición → $Q_3 = 12$. RIC = Q3 - Q_1 = 12 - 5 = 7.
- **Ej. 280 (Resumen de 5 números):** Para [2, 4, 7, 9, 11, 14, 18, 20]: Mín = 2, $Q_1 = (4+7)/2 = 5.5$, Q2 (Mediana) = (9+11)/2 = 10, $Q_3 = (14+18)/2 = 16$, Máx = 20.

Datos clave para resolver

1. Datos ordenados de menor a mayor
2. Cálculo de la Media o Mediana de referencia
3. Fórmula seleccionada (División N vs n-1)
4. Resultado final con unidades correspondientes

¡ERROR FRECUENTE! Dividir entre n en vez de n-1 para varianza muestral.

Mapa Mental Visual: Ejercicios 281-290 — Probabilidad Clásica y Regla de Laplace

PROBABILIDAD CLÁSICA: REGLA DE LAPLACE
(Ejercicios 281 a 290)

$$P(A) = \frac{\text{Casos Favorables}}{\text{Casos Posibles}}$$

281 — Moneda: Cara
1/2 = 50%

282 — Dado: Número Par
{2,4,6} → 3/6 = 1/2 = 50%

283 — Dado: Número Primo
{2,3,5} → 3/6 = 1/2 = 50%

284 — Dado: Múltiplo de 3
{3,6} → 2/6 = 1/3 ≈ 33.33%

285 — Urna: 4 rojas / 10 total
4/10 = 2/5 = 40%

286 — Bolas: 2 amarillas / 10 total
2/10 = 1/5 = 20%

287 — Complementario: No Verde
5/10 = 1/2 = 50%

289 — Baraja 40: Sacar un As
4/40 = 1/10 = 10%

289 — Baraja 40: Sacar Figura
12/40 = 3/10 = 30%

290 — Dado: Mayor que 6
0/6 = 0% (Imposible)

Fundamentos de la Regla de Laplace

La probabilidad clásica de un suceso aleatorio simple A bajo condiciones de equiprobabilidad se define mediante la fórmula fundamental: $P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}$

El valor resultante oscila siempre en el intervalo cerrado de 0 (suceso imposible) a 1 (suceso seguro), pudiendo expresarse indistintamente en forma de fracción irreducible, número decimal o porcentaje multiplicando por 100%.

- **Espacio muestral (E o Ω):** conjunto exhaustivo de todos los resultados elementales posibles.
- **Casos favorables:** subconjunto de resultados muestrales que cumplen la condición pedida.
- **Condición obligatoria:** todos los sucesos elementales deben tener la misma posibilidad de ocurrencia (equiprobables).

ERROR FRECUENTE:
P nunca supera 1 ni es negativa.

Ejercicios Prácticos Resueltos (281 al 285): Monedas, Dados y Fichas

Desarrollo completo paso a paso con identificación explícita de casos favorables, casos posibles, simplificación fraccionaria y porcentaje equivalente:

- **Ejercicio 281**: Probabilidad de obtener 'Cara' al lanzar una moneda equilibrada. Casos posibles: {Cara, Cruz} (2). Casos favorables: {Cara} (1). P = 1/2 = 0.50 = 50%.
- **Ejercicio 282**: Probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado de 6 caras. Casos posibles: {1, 2, 3, 4, 5, 6} (6). Casos favorables: {2, 4, 6} (3). P = 3/6 = 1/2 = 50%.
- **Ejercicio 283**: Probabilidad de sacar un número primo al lanzar un dado común de 6 caras. Casos posibles: {1, 2, 3, 4, 5, 6} (6). Casos favorables: {2, 3, 5} (3). P = 3/6 = 1/2 = 50%.
- **Ejercicio 284**: Probabilidad de obtener un múltiplo de 3 en un dado de 6 caras. Casos posibles: {1, 2, 3, 4, 5, 6} (6). Casos favorables: {3, 6} (2). P = 2/6 = 1/3 = 0.333 = 33.33%.
- **Ejercicio 285**: En una bolsa con 4 fichas rojas y 6 azules (10 fichas en total), probabilidad de extraer una ficha roja al azar. Casos posibles: 10. Casos favorables: 4. P = 4/10 = 2/5 = 0.40 = 40%.

Ejercicios Prácticos Resueltos (286 al 290): Urnas, Baraja y Sucesos Extremos

Resolución detallada de situaciones con múltiples elementos, eventos complementarios y condiciones extremas:

- **Ejercicio 286**: Probabilidad de extraer una bola amarilla. P = 2/10 = 1/5 = 20%.
- **Ejercicio 287**: Probabilidad de NO extraer una bola verde. P = 5/10 = 1/2 = 50%.
- **Ejercicio 288**: Probabilidad de extraer un As. P = 4/40 = 1/10 = 10%.
- **Ejercicio 289**: Probabilidad de extraer una figura (Sota, Caballo, Rey). P = 12/40 = 3/10 = 30%.
- Ejercicio 290: Probabilidad de obtener un número mayor que 6. P = 0/6 = 0 = 0% (suceso imposible).

Verificación de Resultados

Compruebe siempre que el numerador no supere al denominador y que la fracción final esté en su forma irreducible antes de convertirla a porcentaje.

Mapa Mental Visual: Probabilidad Compuesta (Ejercicios 291 a 300)

ERROR FRECUENTE:
Olvidar restar la intersección en sucesos compatibles o mantener el denominador tras extraer sin reposición.

291 Ejercicios 291 a 295: Reglas de la Suma, Compatibilidad e Independencia

Resolución analitica paso a paso de los primeros cinco ejercicios de probabilidad compiesta correspondientes al cierre de la colección de 300 ejercicios resueltos.

Ejercicio 291:
En una urna con 4 bolas rojas, 3 azules y 5 verdes (total = 12), ¿cuál es la probabilidad de extraer una bola roja o verde?

Solución: Sucesos incompatibles:
$P(R \cup V) = P(R) + P(V) = \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0.75$ (75%).

292 Ejercicio 292:

Al lanzar un dado equilibrado de 6 caras, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par o un número mayor que 4?

Solución: Sucesos compatibles:
Pares A = {2, 4, 6}, mayores que 4 B = {5, 6}, intersección A n B = {6}.
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ = 0.667 (66.7%).

293 Ejercicio 293:

Se lanza una moneda equilibrada y un dado de 6 caras simultáneamente. ¿Cuál es la probabilidad de obtener "Cruz" y un número primo?

Solución: Sucesos independientes:
$P(\text{Cruz}) = \frac{1}{2}$; Primos = (2, 3, 5), $P(\text{Primo}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
Regla de la multipicación:
$P(\text{Cruz} \cap \text{Primo}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0.25$ (25%).

294 Ejercicio 294:

En un grupo de 30 estudiantes, 18 juegan fútbol, 12 juegan baloncesto y 5 practican ambos deportes. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que practique al menos uno de los dos?

Solución: Regla de la adición general:
$P(F \cup B) = P(F) + P(B) - P(F \cap B) = \frac{18}{30} + \frac{12}{30} - \frac{5}{30} = \frac{25}{30}$ = 0.833 (83.3%).

295 Ejercicio 295:

Dos arqueros disparan al blanco con probabilidades independientes de acierto de 0.7 y 0.8 respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos acierten?

Solución: Independencia:
$P(A1 \cap A2) = P(A1) \times P(A2) = 0.7 \times 0.8 = 0.56$ (56%).

Alerta de compatibilidad
- Recuerda restar la intersección P(A n B) únicamente cuando los eventos puedan ocurrir al mismo tiempo (sucesos compatibles). Si son incompatibles, la intersección es vacia y su probabilidad es 0.

PROBABILIDAD COMPUESTA: REGLAS Y ÁRBOLES (Ejercicios 291-300)

296 Ejercicio 296:

Una caja contiene 5 fichas negras y 3 fichas blancas (total = 8). Se extraen dos fichas consecutivas sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean negras?

Solución: Sucesos dependientes:
$P(N1 \cap N2) = P(N1) \times P(N2|N1) = (5/8) \times (4/7) = 20/56$ = 0.357 (35.7%).

297 Ejercicio 297:

Misma caja del Ejercicio 296 (5 negras, 3 blancas), pere la extracción se hace con reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean negras?

Solución: Sucesos ddependientes:
$P(N1 \cap N2) = (5/8) \times (5/8) = 25/64 = 0.391$ (39.1%).

298 Ejercicio 298:

Diagrama de árbol: Una fábrica tiene dos máquines, M1 produce el 60% de piezas (defectuusas = 2%) y M2 produce el 40% (defectuosas = 5%). ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una pieza defectousa al azar?

M1 60% → 2% 8%
M2 40% → 5% 5%

Solución: Teorema de probabilidad total:
$P(D) = P(M1) \times P(D/M1) + P(M2) \times P(D/M2) =$
$(0.60 \times 0.02) + (0.40 \times 0.05) = 0.012 + 0.020 = 0.032$ (3.2%).

299 Ejercicio 299:

Se extraen sucesivamente 2 cartas de una baraja española de 40 cartas sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea una Copa y la segunda sea un As?

Solución: Dos ramas:
Si la 1.ª es el As de Copas (1/40), quedan 3 Ases en 39 cartas: (1/40) × (3/39) = 3/1560.
Si la 1.ª es otra Copa (9/40), quedan 4 Ases en 39 cartas: (9/40) × (4/39) = 36/1560.
Suma = 39/1560 = 1/40 = 0.025 (2.5%).

300 Ejercicio 200:

Se lanza una moneda: si sale Cara, se extrae una bola de la Urna A (3 rojas, 1 blanca); si sale Cruz, de la Urna B (1 roja, 3 blancas). ¿Cuál es la probabilidad final de obtener una bola roja?

Cara 1/2 → Urna A: 3R, 1B
Cruz 1/2 → Urna B: 1R, 3B

Solución: Ramas del árbol ponderado:
$P(\text{Roja}) = P(\text{Cara}) \times P(R|A) + P(\text{Cruz}) \times P(R|B) =$
$(1/2) \times (3/4) + (1/2) \times (1/4) = \frac{3}{20} + \frac{1}{16} = \frac{4}{6} = \frac{1}{12} = 0.50$ (50%).

¡Colección de 300 ejercicios completada!

Verificación del diagrama de árbol
En cada nivel de ramificación, la suma de las probabilidades de todas las ramas secundarias emanadas de un mismo nodo debe sumar exactamente 1.0.

¡Meta Cumplida: 300 Ejercicios Resueltos!